

Plaquette 5 - Problèmes de dénombrement : cartes, urnes, mots et grilles

Combinatoire et dénombrement — Terminale spé maths

Exercices

Méthode

On identifie le **modèle** (liste, arrangement, combinaison), on découpe le problème par **principe additif** ou **multiplicatif**, et on passe par le **complémentaire** dès qu'apparaît « au moins un ».

Exercice 1 - Mains de cartes

Dans un jeu de 32 cartes, on tire une main de 5 cartes.

- a) Combien de mains possibles ?
- b) Combien contiennent exactement 2 rois ?

Exercice 2 - Au moins un as

Toujours avec 5 cartes parmi 32 : combien de mains contiennent **au moins un** as ?

Exercice 3 - Tirages dans une urne

Une urne contient 5 boules rouges, 4 vertes et 3 bleues. On tire 3 boules **simultanément**.

- a) Combien de tirages au total ?
- b) Combien contiennent une boule de chaque couleur ?

Exercice 4 - Anagrammes

Combien d'anagrammes du mot **PARALLELE** ?

Exercice 5 - Codes et mots de passe

Un code comporte 4 caractères : 2 lettres (parmi 26) suivies de 2 chiffres.

- a) Combien de codes si les répétitions sont permises ?
- b) Et si tous les caractères doivent être distincts ?

Exercice 6 - Chemins sur une grille

Dans une ville quadrillée, combien de trajets les plus courts mènent d'un point *A* à un point *B* situé 4 rues à l'est et 3 rues au nord ?

Exercice 7 - Comités avec contrainte

Dans un groupe de 7 femmes et 5 hommes, on forme un comité de 4 personnes.

- a) Combien de comités ?
- b) Combien comportent au moins une femme et au moins un homme ?

Exercice 8 – Formule du binôme

Développer $(2x - 3)^4$ à l'aide de la formule du binôme.

Exercice 9 – Somme de coefficients binomiaux

Calculer $\sum_{k=0}^6 \binom{6}{k}$ et $\sum_{k=0}^6 (-1)^k \binom{6}{k}$.

Exercice 10 – Répartition en groupes

De combien de façons peut-on répartir 10 élèves en deux groupes de 5, si les groupes sont **indiscernables** ?

Exercice 11 – Dénombrement et probabilité

On tire 4 cartes parmi 32. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 2 cœurs ?

Exercice 12 – Parties d'un ensemble

Soit E un ensemble à 8 éléments.

- a) Combien de parties possède-t-il ?
- b) Combien ont exactement 3 éléments ? Au plus 2 éléments ?

Exercice 13 – Podium et classement

Une course réunit 10 coureurs.

- a) Combien de podiums (or, argent, bronze) possibles ?
- b) Combien de classements complets ?

Exercice 14 – Triangle de Pascal

Calculer $\binom{10}{4}$ en utilisant la relation de Pascal à partir de $\binom{9}{4}$ et $\binom{9}{3}$.

Exercice 15 – Synthèse : tirage de dés

On lance 5 dés à 6 faces.

- a) Combien de résultats possibles (les dés étant distinguables) ?
- b) Combien donnent exactement trois 6 ?