

## Plaquette 2 – Équations cartésiennes de plans

### Droites et plans dans l'espace — Terminale spé maths

#### Exercices

#### Méthode

Un plan est caractérisé par **un point** et un **vecteur normal**  $\vec{n}(a; b; c)$ , orthogonal à toutes ses directions. Son équation est alors  $ax + by + cz + d = 0$ , et on trouve  $d$  en écrivant que le point connu la vérifie. Pour un plan donné par trois points, on cherche d'abord  $\vec{n}$  **orthogonal à deux vecteurs** du plan (système de deux équations).

#### Exercice 1 – Équation à partir d'un point et d'un vecteur normal

Déterminer une équation cartésienne du plan  $P$  passant par  $A(1; 2; -1)$  et de vecteur normal  $\vec{n}(2; -1; 3)$ .

#### Exercice 2 – Lire une équation de plan

Soit  $P: 3x - z + 5 = 0$ .

- Donner un vecteur normal à  $P$ .
- Donner deux points de  $P$ .
- Que peut-on dire de la position de  $P$  par rapport à l'axe des ordonnées ?

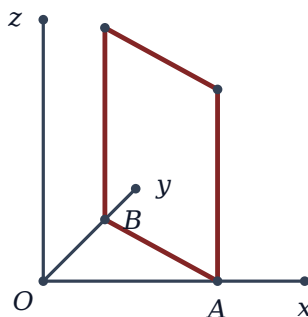
#### Exercice 3 – Un point est-il dans le plan ?

Soit  $P: x + 2y - z = 4$ . Les points  $A(1; 2; 1)$ ,  $B(0; 0; 4)$  et  $C(4; 1; 2)$  appartiennent-ils à  $P$  ?

#### Exercice 4 – Un plan vertical

Soit  $P: x + y = 2$ .

- Donner un vecteur normal et expliquer pourquoi  $P$  est « vertical ».
- Déterminer les points d'intersection de  $P$  avec les axes.

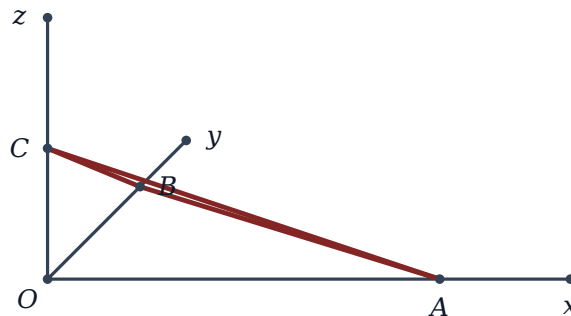


Une portion du plan  $x + y = 2$

**Exercice 5 – Traces sur les axes et volume**

Soit  $P: 2x + 3y + 6z = 6$ .

- Déterminer les points  $A, B, C$  où  $P$  coupe les trois axes.
- Calculer le volume du tétraèdre  $OABC$ .

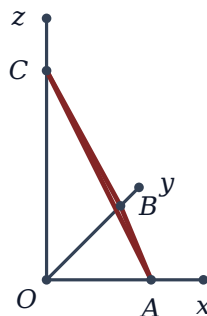


*Le plan découpe le tétraèdre  $OABC$*

**Exercice 6 – Le plan passant par trois points des axes**

On donne  $A(2; 0; 0)$ ,  $B(0; 4; 0)$  et  $C(0; 0; 4)$ .

- Vérifier que  $\vec{n}(2; 1; 1)$  est normal au plan  $(ABC)$ .
- En déduire une équation cartésienne de  $(ABC)$ .



*Le triangle  $ABC$*

**Exercice 7 – Trouver un vecteur normal**

On donne  $A(1; 1; 1)$ ,  $B(2; 1; 0)$  et  $C(1; 3; 2)$ .

- Déterminer un vecteur normal  $\vec{n}(a; b; c)$  au plan  $(ABC)$ .
- En déduire une équation cartésienne de  $(ABC)$ .

**Exercice 8 – Un plan parallèle**

Soit  $P: x - 2y + z = 5$  et  $M(1; 1; 1)$ .

- Vérifier que  $M \notin P$ .
- Déterminer une équation du plan  $P'$  parallèle à  $P$  passant par  $M$ .

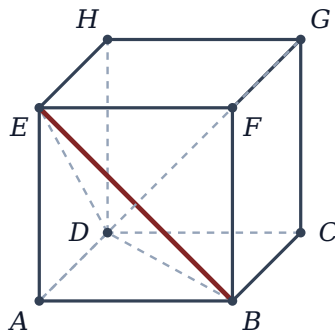
**Exercice 9 - Un plan perpendiculaire à une droite**

Déterminer une équation du plan  $P$  passant par  $A(0; 1; 2)$  et perpendiculaire à la droite  $D$ :  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ .

**Exercice 10 - Un plan du cube**

$ABCDEFGH$  est un cube repéré par  $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$  (repère orthonormé).

- Vérifier que  $B$ ,  $D$  et  $E$  vérifient l'équation  $x + y + z = 1$ . En déduire une équation du plan  $(BDE)$ .
- En déduire que la droite  $(AG)$  est perpendiculaire au plan  $(BDE)$ .

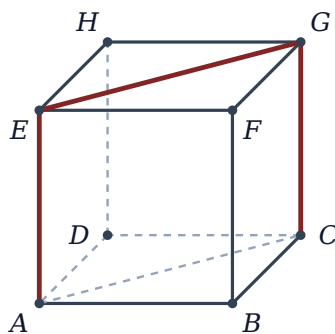


*Le plan  $(BDE)$  et la diagonale  $(AG)$*

**Exercice 11 - Le plan diagonal du cube**

$ABCDEFGH$  est un cube repéré par  $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ .

- Déterminer une équation du plan  $(ACG)$ .
- Le point  $E$  appartient-il à ce plan ? Et le point  $B$  ?



*Le plan diagonal  $(ACG)$*

**Exercice 12 - Plans parallèles ou non**

On considère les plans  $P: 2x - y + 4z = 1$ ,  $Q: -4x + 2y - 8z = 3$  et  $R: x + y - z = 0$ .

- $P$  et  $Q$  sont-ils parallèles ? Confondus ?
- $P$  et  $R$  sont-ils parallèles ?

**Exercice 13 - Plans perpendiculaires**

Montrer que les plans  $P: x + 2y - z = 0$  et  $Q: 3x - y + z = 4$  sont perpendiculaires.

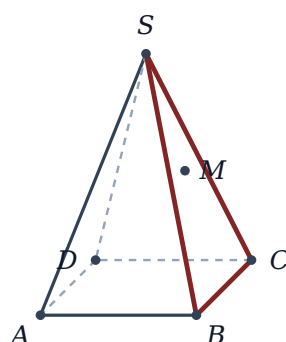
**Exercice 14 - Rendre deux plans perpendiculaires**

Déterminer le réel  $m$  pour que le plan  $P_m: mx + 2y - z = 1$  soit perpendiculaire au plan  $Q: x - y + 4z = 0$ .

**Exercice 15 - La face d'une pyramide**

$SABCD$  est une pyramide avec  $A(0; 0; 0)$ ,  $B(2; 0; 0)$ ,  $C(2; 2; 0)$ ,  $D(0; 2; 0)$  et  $S(1; 1; 3)$ , dans un repère orthonormé.

- Déterminer une équation cartésienne du plan  $(SBC)$ .
- Le point  $M\left(\frac{3}{2}; 1; \frac{3}{2}\right)$  est-il sur la face  $(SBC)$  ?



*La face SBC de la pyramide*