

Plaquette 3 - Positions relatives droites / plans

Droites et plans dans l'espace — Terminale spé maths

Exercices

Méthode

On commence toujours par comparer les **directions** (vecteurs directeurs, vecteurs normaux), puis on cherche un **point commun** en résolvant un système. Deux droites : parallèles, sécantes ou **non coplanaires**. Une droite et un plan : on remplace x, y, z par la représentation paramétrique dans l'équation du plan, et on lit le nombre de solutions en t .

Exercice 1 - Deux droites confondues

$$D: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = 3 - t \end{cases} \text{ et } D': \begin{cases} x = 2 + 2s \\ y = 2 + 4s \\ z = 2 - 2s \end{cases}. \text{ Étudier la position relative de ces droites.}$$

Exercice 2 - Deux droites sécantes

$$D: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3t \end{cases} \text{ et } D': \begin{cases} x = 2 + s \\ y = 1 + 2s \\ z = 3 + s \end{cases}. \text{ Montrer que ces droites sont sécantes et déterminer leur point d'intersection.}$$

Exercice 3 - Deux droites non coplanaires

$$D: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 2t \end{cases} \text{ et } D': \begin{cases} x = 1 - s \\ y = s \\ z = 1 + s \end{cases}. \text{ Étudier leur position relative.}$$

Exercice 4 - Une droite qui perce un plan

$$\text{Déterminer l'intersection de la droite } D: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases} \text{ et du plan } P: x + y - z = 0.$$

Exercice 5 - Une droite parallèle à un plan

$$\text{Soit } P: x + y - z = 4 \text{ et } D: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 2t \end{cases}.$$

- Montrer que D est parallèle à P .
- Est-elle contenue dans P ?

Exercice 6 - Une droite contenue dans un plan

Montrer que la droite $D: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ est contenue dans le plan $P: x + y - z = 0$.

Exercice 7 - Deux plans strictement parallèles

Étudier la position relative des plans $P: x + y + z = 1$ et $Q: 2x + 2y + 2z = 5$.

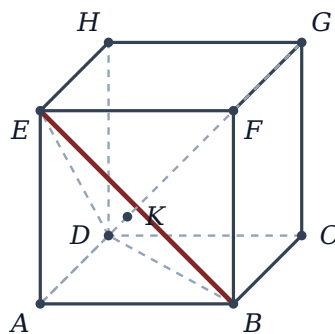
Exercice 8 - Une droite orthogonale à un plan

Soit $P: 2x - y + 3z = 1$. La droite D passant par $A(1; 1; 1)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(-4; 2; -6)$ est-elle orthogonale à P ? Déterminer son point d'intersection avec P .

Exercice 9 - La diagonale perce une face oblique

$ABCDEFGH$ est un cube repéré par $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$. On admet que $(BDE): x + y + z = 1$.

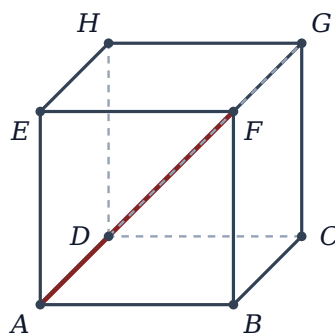
Déterminer le point d'intersection de la droite (AG) avec le plan (BDE) .



La diagonale (AG) traverse le triangle BDE

Exercice 10 - Deux diagonales de faces parallèles

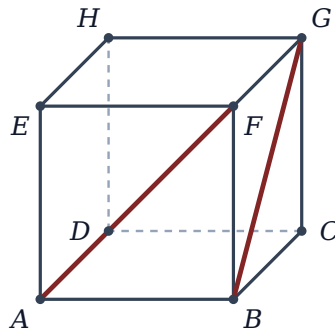
$ABCDEFGH$ est un cube. Étudier la position relative des droites (AF) et (DG) .



Les droites (AF) et (DG)

Exercice 11 – Deux diagonales de faces non coplanaires

$ABCDEFGH$ est un cube repéré par $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$. Étudier la position relative des droites (AF) et (BG) .

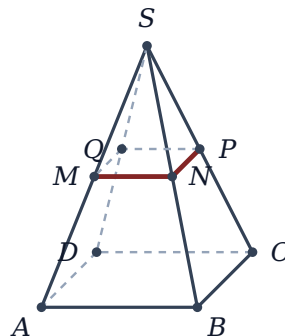


Les droites (AF) et (BG)

Exercice 12 – Section d'une pyramide à mi-hauteur

$SABCD$ est une pyramide avec $A(0; 0; 0)$, $B(2; 0; 0)$, $C(2; 2; 0)$, $D(0; 2; 0)$ et $S(1; 1; 3)$. Soit P le plan d'équation $z = 1,5$.

- Déterminer l'intersection de P avec la droite (SA) , puis avec (SC) .
- En déduire la nature de la section de la pyramide par P et son aire.



La section par le plan $z = 1,5$

Exercice 13 – Parallélisme selon un paramètre

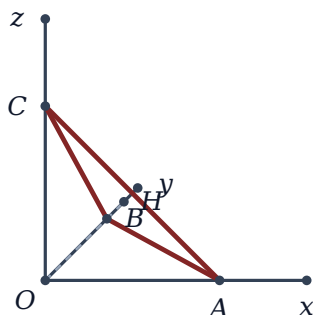
Pour tout réel m , on considère la droite $D_m: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = mt \end{cases}$ et le plan $P: x - y + z = 3$.

- Pour quelle valeur de m la droite est-elle parallèle au plan ?
- Dans ce cas, est-elle contenue dans P ?

Exercice 14 – Le pied d'une perpendiculaire

On considère $A(2; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$ et $C(0; 0; 2)$ dans un repère orthonormé.

- Vérifier que le plan (ABC) a pour équation $x + y + z = 2$.
- Déterminer le point H d'intersection de (ABC) avec la droite passant par O et perpendiculaire à ce plan. Calculer OH .

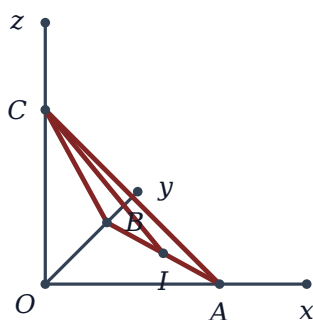


Le triangle ABC et la perpendiculaire issue de O

Exercice 15 – L'intersection de deux plans

Soit $P: x + y + z = 2$ et $Q: x - y = 0$.

- Justifier que les plans sont sécants.
- Donner une représentation paramétrique de leur droite d'intersection.



Le plan $x + y + z = 2$ et la droite d'intersection (CI)