

Plaquette 1 – Représentations paramétriques de droites

Droites et plans dans l'espace — Terminale spé maths

Exercices

Méthode

Une droite de l'espace est déterminée par **un point** et **un vecteur directeur**. Sa représentation paramétrique décrit tous ses points à l'aide d'un réel t : $M = A + t\vec{u}$. On la **lit** (point pour $t = 0$, coefficients de t), on l'**écrit** à partir de deux points, et on teste l'appartenance d'un point en cherchant **un même** t pour les trois coordonnées.

Exercice 1 – Lire une représentation paramétrique

On considère la droite D :
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 3 - t \end{cases}$$

- Donner un point de D et un vecteur directeur.
- Donner les points de D correspondant à $t = 1$ et à $t = -2$.

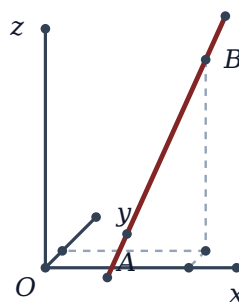
Exercice 2 – Écrire une représentation paramétrique

Donner une représentation paramétrique de la droite passant par $A(2; 0; 1)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(1; 3; -2)$. Donner ensuite un deuxième point de cette droite.

Exercice 3 – La droite passant par deux points

On donne $A(1; 2; 0)$ et $B(3; 1; 4)$.

- Donner une représentation paramétrique de la droite (AB) .
- Quel point obtient-on pour $t = \frac{1}{2}$?



La droite (AB) dans le repère

Exercice 4 – Un point est-il sur la droite ?

Soit D :
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 4t \end{cases}$$

- Le point $C(5; 0; 8)$ appartient-il à D ?

b) Le point $E(-1; 3; -3)$ appartient-il à D ?

Exercice 5 - Deux écritures d'une même droite

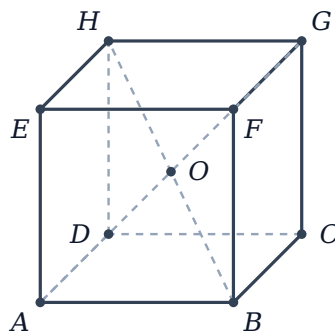
On considère $D_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 4t \end{cases}$ et $D_2: \begin{cases} x = 5 - 4s \\ y = 2s \\ z = 8 - 8s \end{cases}$ (t, s réels).

Montrer que D_1 et D_2 sont la même droite.

Exercice 6 - Diagonales du cube

$ABCDEFGH$ est un cube repéré par $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

- Donner une représentation paramétrique des droites (AG) et (BH) .
- Déterminer leur point d'intersection.

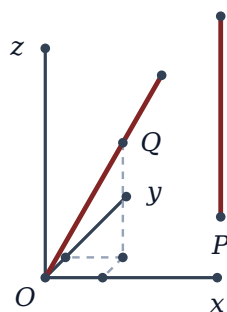


Les grandes diagonales $[AG]$ et $[BH]$

Exercice 7 - Droites particulières

Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, donner une représentation paramétrique :

- de l'axe des abscisses ;
- de la droite parallèle à l'axe des cotes passant par $P(2; 3; 0)$;
- de la droite passant par O et par $Q(1; 1; 2)$.



La verticale passant par P et la droite (OQ)

Exercice 8 - Segment et demi-droite

On donne $A(1; 0; 2)$ et $B(3; 4; 0)$, et la représentation $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 4t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$ de (AB) .

- Quelles valeurs de t décrivent le segment $[AB]$? la demi-droite $[AB)$?
- Le point $M(4; 6; -1)$ est-il sur $[AB]$? sur $[AB)$?

Exercice 9 - Le point de cote nulle

Soit $D: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 3t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 4 - 2t \end{cases}$

- Déterminer le point de D situé dans le plan (xOy) (d'équation $z = 0$).
- Déterminer le point de D d'ordonnée nulle.

Exercice 10 - Une parallèle passant par un point

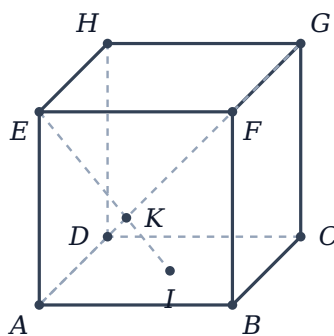
Soit $D: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$, et $M(0; 1; 1)$.

- Vérifier que $M \notin D$.
- Donner une représentation paramétrique de la parallèle D' à D passant par M .

Exercice 11 - Une droite dans le cube

$ABCDEFGH$ est un cube repéré par $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$; I est le centre de la face $ABCD$.

- Donner une représentation paramétrique de la droite (EI) .
- Montrer que (EI) coupe la grande diagonale (AG) et préciser le point d'intersection.



La droite (EI) et la diagonale (AG)

Exercice 12 - La trajectoire d'un drone

Un drone se déplace en ligne droite ; sa position (en m) à l'instant t (en s) est $M(t) = (2 + 3t; 1 + 4t; 10)$ dans un repère orthonormé.

- Quelle est sa trajectoire ? À quelle altitude vole-t-il ?

- b) Calculer sa vitesse.
c) À quel instant son abscisse vaut-elle 17 ? Où est-il alors ?

Exercice 13 - Deux drones se croisent-ils ?

Deux drones ont pour positions $A(t) = (1 + t; 2t; 5)$ et $B(t) = (6 - 3t; 4; 5)$, t en secondes.

- a) Montrer que leurs trajectoires se coupent en un point P que l'on déterminera.
b) Les drones se percutent-ils ?

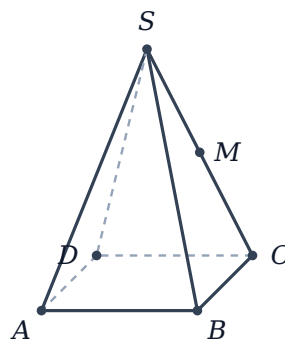
Exercice 14 - Trouver une coordonnée manquante

Soit $D: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t, \\ z = 3 - t \end{cases} t \in \mathbb{R}$. Déterminer le réel m pour que le point $P(m; 4; 1)$ appartienne à D .

Exercice 15 - Une arête de pyramide

$SABCD$ est une pyramide à base carrée, repérée de sorte que $A(0; 0; 0)$, $B(2; 0; 0)$, $C(2; 2; 0)$, $D(0; 2; 0)$ et $S(1; 1; 3)$.

- a) Donner une représentation paramétrique de la droite (SC) .
b) Déterminer le point de l'arête $[SC]$ situé à la hauteur 1,5.



Pyramide $SABCD$ et le point M de $[SC]$ à mi-hauteur