

Plaquette 5 - Problèmes de synthèse : représentations paramétriques, intersections et distances

Droites et plans dans l'espace — Terminale spé maths

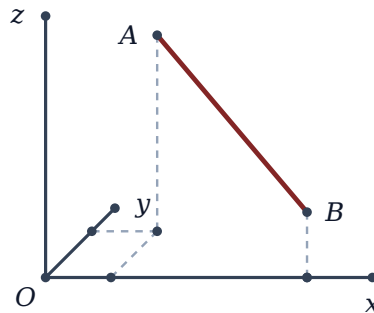
Exercices

Méthode

On passe sans hésiter de la **représentation paramétrique** à l'**équation cartésienne**, on résout les **intersections** par substitution, et on calcule les **distances** et **angles** avec le produit scalaire.

Exercice 1 - Représentation paramétrique d'une droite

Donner une représentation paramétrique de la droite (AB) avec $A(1; 2; 3)$ et $B(4; 0; 1)$, puis vérifier si $C(7; -2; -1)$ lui appartient.



Les points A et B

Exercice 2 - De la paramétrique à la cartésienne

Le plan P est donné par $\begin{cases} x = 1 + t + t' \\ y = t - t' \\ z = 2 + 2t \end{cases}$. Trouver son équation cartésienne.

Exercice 3 - Intersection droite-plan

Déterminer l'intersection de la droite $D: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3t \end{cases}$ et du plan $P: x + 2y + z - 5 = 0$.

Exercice 4 - Droite parallèle à un plan

Montrer que la droite $D: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = 3 \end{cases}$ est strictement parallèle au plan $P: x + 2y - 4 = 0$.

Exercice 5 - Intersection de deux plans

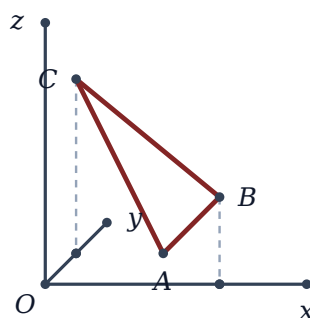
Déterminer l'intersection des plans $P: x + y + z = 3$ et $Q: x - y + 2z = 1$.

Exercice 6 - Deux droites non coplanaires

Les droites $D: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 2 \end{cases}$ et $D': \begin{cases} x = 1 + s \\ y = 2 \\ z = s \end{cases}$ sont-elles coplanaires ?

Exercice 7 - Plan par trois points

Déterminer l'équation cartésienne du plan passant par $A(1; 1; 0)$, $B(2; 0; 1)$ et $C(0; 1; 2)$.



Le triangle ABC

Exercice 8 - Distance point-plan

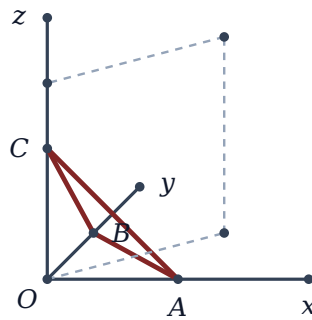
Calculer la distance de $M(1; -2; 4)$ au plan $P: 2x - y + 2z - 3 = 0$, puis déterminer son projeté orthogonal.

Exercice 9 - Distance point-droite

Calculer la distance du point $M(3; 2; 1)$ à la droite $D: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = -t \end{cases}$.

Exercice 10 – Angle de deux plans

Calculer l'angle aigu entre les plans $P: x + y + z = 1$ et $Q: x - y = 0$.



Le plan $x + y + z = 1$ (triangle) et le plan vertical $x = y$ (pointillé)

Exercice 11 – Droite perpendiculaire à un plan

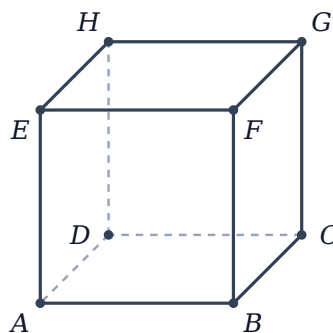
Déterminer la droite passant par $A(2; 1; -1)$ et perpendiculaire au plan $P: 3x - y + 2z + 4 = 0$, puis son point d'intersection avec P .

Exercice 12 – Plans parallèles

Les plans $P: 2x - 4y + 6z = 1$ et $Q: -x + 2y - 3z = 5$ sont-ils parallèles ? Si oui, calculer leur distance.

Exercice 13 – Intersection dans un cube

Dans le cube $ABCDEFGH$ d'arête 1 repéré par $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$, déterminer l'intersection de la droite (AG) et du plan (BDE) .



Le cube $ABCDEFGH$

Exercice 14 – Plan parallèle à une droite

Déterminer l'équation du plan contenant $A(1; 0; 2)$, parallèle à la droite D de directeur $\vec{u}(1; 1; 1)$ et perpendiculaire au plan $Q: x - y = 0$.

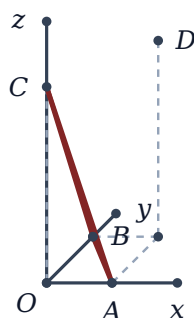
Exercice 15 – Sphère et plan tangent

La sphère de centre $\Omega(1 ; 2 ; -1)$ a pour rayon 3. Le plan $P: 2x + y - 2z - 1 = 0$ est-il tangent, sécant ou disjoint ?

Exercice 16 – Synthèse : tétraèdre et hauteur

Soient $A(1 ; 0 ; 0)$, $B(0 ; 2 ; 0)$, $C(0 ; 0 ; 3)$ et $D(1 ; 2 ; 3)$.

- Déterminer l'équation du plan (ABC) .
- Calculer la distance de D à ce plan.
- En déduire le volume du tétraèdre $ABCD$, sachant que l'aire de ABC vaut $\frac{7}{2}$.



Le plan (ABC) et le point D