

Plaquette 3 - Équations, inéquations et substitutions

Fonction exponentielle — Terminale spé maths

Exercices

Méthode

Deux exponentielles égales ont des **exposants égaux**, et la stricte croissance conserve les inégalités : $e^a < e^b \Leftrightarrow a < b$. Quand e^{2x} et e^x apparaissent ensemble, on pose $X = e^x$ pour obtenir une équation du **second degré**, sans oublier la condition $X > 0$. Enfin, $e^x = k$ se résout avec le logarithme : $x = \ln k$.

Exercice 1 - Égaliser les exposants

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

a) $e^{3x-1} = e^{x+5}$

b) $e^{x^2} = e^{4x-3}$

Exercice 2 - Écrire le second membre en exponentielle

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

a) $e^{2x} = e$

b) $e^{-x} = \frac{1}{e^2}$

c) $e^x = -2$

d) $e^{x+1} = 4$

Exercice 3 - Premières inéquations

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

a) $e^{2x-3} \leq 1$

b) $e^{x^2} > e^x$

c) $e^{-x} \geq e^2$

Exercice 4 - Équations produit

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

a) $(x-2)(e^x-1) = 0$

b) $e^{2x} - e^x = 0$

c) $(x^2-9)e^{-x} = 0$

Exercice 5 - Inéquation par tableau de signes

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(x+1)(e^x-e) \geq 0$.

Exercice 6 - Une racine à rejeter

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $e^{2x} + e^x - 2 = 0$.

Exercice 7 - Une inéquation par substitution

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $e^{2x} - 3e^x + 2 < 0$.

Exercice 8 - Exponentielle et son inverse

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

- a) $e^x + e^{-x} = 2$
- b) $e^x + e^{-x} = 3$

Exercice 9 - Puissances de 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

- a) $2^x = 5$
- b) $4^x - 3 \times 2^x - 4 = 0$

Exercice 10 - Un seuil de décroissance

La masse (en g) d'une substance radioactive est $m(t) = 5e^{-0,2t}$, t en jours.

- a) Au bout de combien de jours la masse passe-t-elle sous 1 g ?
- b) Déterminer la demi-vie de la substance.

Exercice 11 - Intersection de deux courbes

Soit $f(x) = e^x$ et $g(x) = 2 + e^{-x}$.

- a) Déterminer l'abscisse du point d'intersection des deux courbes.
- b) Préciser leur position relative.

Exercice 12 - Deux solutions selon un paramètre

Soit m un réel. Déterminer les valeurs de m pour lesquelles l'équation $e^{2x} - 2e^x + m = 0$ admet **deux** solutions réelles distinctes.

Exercice 13 - Deux populations

Deux populations évoluent selon $A(t) = 100e^{0,05t}$ et $B(t) = 400e^{0,01t}$ (t en années).
À partir de quand la population A dépasse-t-elle la population B ?

Exercice 14 - Une solution évidente et unique

On admet que $e^x \geq x + 1$ pour tout réel x , avec égalité seulement pour $x = 0$.

- a) Résoudre l'équation $e^x = x + 1$.
- b) Résoudre l'inéquation $e^{x-1} \leq x$.

Exercice 15 – Charge d'un condensateur

La tension aux bornes d'un condensateur en charge vaut $u(t) = 12(1 - e^{-t/2})$ (en V, t en ms).

- a) Au bout de combien de temps la tension atteint-elle 99 % de sa valeur finale 12 V ?
- b) Les électroniciens retiennent que « le condensateur est chargé au bout de 5τ », avec ici $\tau = 2$ ms. Quel pourcentage de la charge est alors atteint ?