

Plaquette 3 - Équations et inéquations logarithmiques

Fonction logarithme népérien — Terminale spé maths

Exercices

Méthode

Trois étapes, toujours dans cet ordre : **1)** chercher l'ensemble où l'équation a un sens (tout ce qui est dans un $\ln$ doit être > 0) ; **2)** se ramener à $\ln A = \ln B$ ou $\ln A < \ln B$, puis retirer les logarithmes ; **3) garder** seulement les solutions qui sont dans l'ensemble trouvé en 1). Pour une exponentielle inconnue, on prend le logarithme des deux membres.

Exercice 1 - Équations de base

Résoudre :

- a) $\ln x = 3$
- b) $\ln(2x + 1) = \ln 5$
- c) $\ln x = -1$
- d) $\ln(x - 4) = 2$

Exercice 2 - Somme de deux logarithmes

Résoudre $\ln(x - 1) + \ln(x + 1) = \ln 3$.

Exercice 3 - Un produit sous le logarithme

Résoudre $\ln x + \ln(x - 2) = \ln 8$.

Exercice 4 - Quand l'inconnue est en exposant

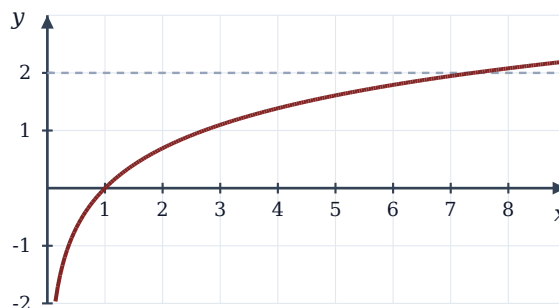
Résoudre, en donnant la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-3} :

- a) $e^x = 7$
- b) $e^{2x-1} = 3$
- c) $3^x = 10$

Exercice 5 - Premières inéquations

Résoudre :

- a) $\ln x < 2$
- b) $\ln(3 - x) \geq 0$
- c) $e^x > 5$



Courbe de $\ln$ et droite $y = 2$

Exercice 6 - Comparer deux logarithmes

Résoudre $\ln(2x - 4) \leq \ln(x + 1)$.

Exercice 7 - Un seuil pour une suite géométrique

Déterminer le plus petit entier n tel que $0,9^n < 0,01$.

Exercice 8 - Doubler son capital

On place 1 000 € à 3 % d'intérêts composés par an. Au bout de combien d'années le capital aura-t-il doublé ?

Exercice 9 - Changement de variable en $\ln x$

Résoudre sur $]0; +\infty[$: $(\ln x)^2 - 3 \ln x + 2 = 0$.

Exercice 10 - Changement de variable en exponentielle

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $e^{2x} - 5e^x + 6 = 0$.

Exercice 11 - Une inéquation en exponentielle

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $e^x + 3e^{-x} > 4$.

Exercice 12 - Datation au carbone 14

La proportion de carbone 14 restant dans un fossile après t années est $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$, et la demi-vie du carbone 14 est de 5 730 ans.

- a) Déterminer la valeur exacte de λ .
- b) Un fossile ne contient plus que 30 % de son carbone 14 initial. Estimer son âge.

Exercice 13 – Un système logarithmique

Résoudre le système, d'inconnues $x > 0$ et $y > 0$:

$$\ln x + \ln y = 3 \quad \ln x - \ln y = 1$$

Exercice 14 – Un produit de logarithmes

Résoudre sur $]0; +\infty[$: $\ln x(\ln x - 2) < 0$.

Exercice 15 – Refroidissement et seuil

Un plat sorti du four refroidit selon $T(t) = 20 + 60 e^{-0,05t}$ (en °C, t en minutes).

À partir de quel instant la température est-elle inférieure à 40 °C ?