

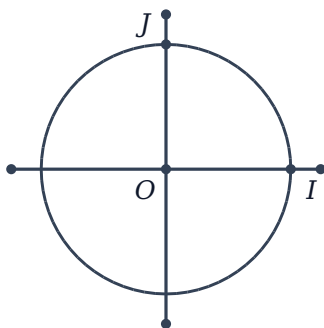
Plaquette 5 - Problèmes de synthèse :
équations, signaux et optimisation
Fonctions trigonométriques — Terminale spé maths
Exercices

Méthode

On résout des équations et inéquations trigonométriques sur un intervalle donné, on dérive et on étudie des fonctions périodiques, et on modélise des **signaux** ($A \sin(\omega t + \varphi)$) avec amplitude, période et déphasage.

Exercice 1 - Équation en cosinus

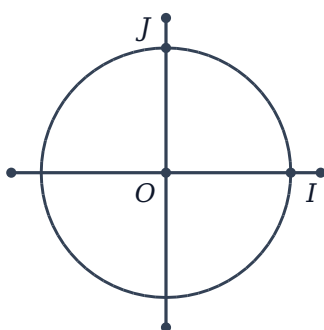
Résoudre $\cos x = \frac{1}{2}$ sur $[0 ; 2\pi]$, puis sur $\mathbb{R}$.



Cercle trigonométrique

Exercice 2 - Équation en sinus

Résoudre $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ sur $[0 ; 2\pi]$.



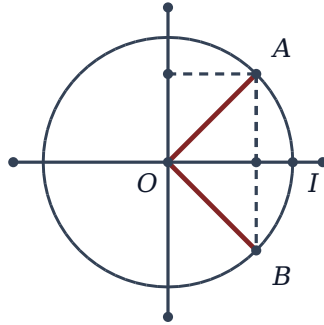
Cercle trigonométrique

Exercice 3 - Équation avec argument composé

Résoudre $\cos(2x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ sur $[0; \pi]$.

Exercice 4 - Inéquation trigonométrique

Résoudre $\cos x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$ sur $[-\pi; \pi]$.



Les points d'abscisse $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice 5 - Dérivées trigonométriques

Dériver :

- a) $f(x) = \sin(3x - 1)$
- b) $g(x) = \cos^2 x$
- c) $h(x) = x \sin x$

Exercice 6 - Étude d'une fonction périodique

Étudier $f(x) = \sin x - \frac{x}{2}$ sur $[0; 2\pi]$: variations et extremums.

Exercice 7 - Amplitude et forme condensée

Écrire $f(x) = \sqrt{3} \cos x + \sin x$ sous la forme $A \cos(x - \varphi)$, puis donner ses extremums.

Exercice 8 - Signal sinusoïdal

Une tension vaut $u(t) = 12 \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ (volts, t en secondes).

- a) Donner amplitude, période et fréquence.
- b) Calculer $u(0)$ et le premier instant où u est maximale.

Exercice 9 - Identité trigonométrique

Démontrer que $\cos^4 x - \sin^4 x = \cos(2x)$.

Exercice 10 - Équation avec duplication

Résoudre $\cos(2x) + \cos x = 0$ sur $[0; 2\pi]$.

Exercice 11 - Limite trigonométrique

Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x)}{3x}$ et $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$.

Exercice 12 - Optimisation avec trigonométrie

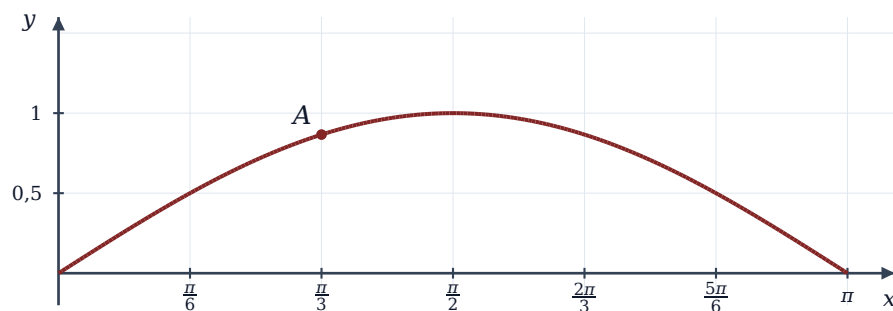
Un rectangle est inscrit dans un demi-cercle de rayon 1, sa base sur le diamètre. En notant θ l'angle repérant un sommet supérieur, exprimer l'aire et la maximiser.

Exercice 13 - Parité et périodicité

Soit $f(x) = \cos x + \cos(2x)$. Déterminer la parité et la période de f , puis $f(0)$ et $f(\pi)$.

Exercice 14 - Tangente à une courbe trigonométrique

Soit $f(x) = \sin x$. Déterminer l'équation de la tangente en $x = \frac{\pi}{3}$, et la position locale de la courbe.

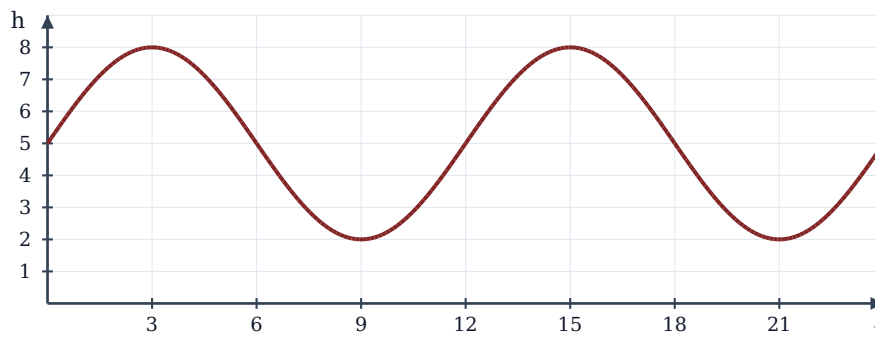


Courbe de la fonction sinus sur $[0; \pi]$

Exercice 15 – Modèle de marée

La hauteur d'eau vaut $h(t) = 5 + 3 \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right)$ (mètres, t en heures).

- Donner la période, la hauteur minimale et maximale.
- Pendant combien d'heures par cycle a-t-on $h \geq 6,5$ m ?



Hauteur d'eau sur une journée

Exercice 16 – Synthèse : étude complète type bac

Soit $f(x) = 2 \sin x \cos x - \cos(2x)$ sur $[0; \pi]$.

- Simplifier f .
- Étudier les variations et donner les extremums.