

Plaquette 2 - Colinéarité et parallélisme

Géométrie dans l'espace (vecteurs) — Terminale spé maths

Exercices

Méthode

Deux vecteurs sont **colinéaires** quand l'un est un multiple de l'autre. C'est l'outil unique pour prouver un **alignement** (vecteurs de même origine) ou un **parallélisme** de droites (vecteurs directeurs). En coordonnées, on cherche le réel k sur une coordonnée non nulle, puis on **vérifie** les deux autres.

Exercice 1 - Tester la colinéarité

Les vecteurs suivants sont-ils colinéaires ?

- a) $\vec{u}(2; -1; 3)$ et $\vec{v}(-4; 2; -6)$
- b) $\vec{u}(2; -1; 3)$ et $\vec{w}(6; -3; 8)$
- c) $\vec{d}(0; 2; -5)$ et $\vec{b}(0; -0,8; 2)$

Exercice 2 - Rendre deux vecteurs colinéaires

Déterminer le réel m pour que $\vec{u}(m; 2; -1)$ et $\vec{v}(6; 4; -2)$ soient colinéaires.

Exercice 3 - Trois points alignés ?

- a) Les points $A(1; 2; 3)$, $B(2; 4; 7)$ et $C(4; 8; 15)$ sont-ils alignés ?
- b) Même question pour $D(0; 1; 2)$, $E(1; 0; 1)$ et $F(3; 1; 0)$.

Exercice 4 - Deux droites parallèles

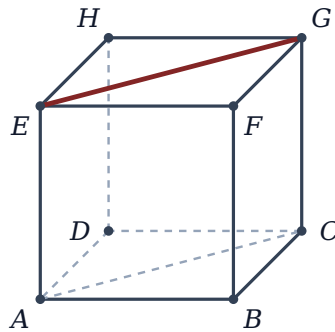
On donne $A(1; 0; 2)$, $B(3; 1; 5)$, $C(0; 4; 1)$ et $D(-4; 2; -5)$.

- a) Montrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
- b) Sont-elles confondues ?

Exercice 5 – Diagonales parallèles dans un cube

$ABCDEFGH$ est un cube.

- Montrer que $\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{AC}$.
- En déduire la nature du quadrilatère $ACGE$ et la position des droites (AC) et (EG) .

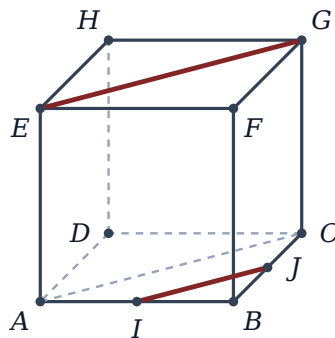


Les diagonales $[AC]$ et $[EG]$ des faces du bas et du haut

Exercice 6 – Théorème des milieux dans le cube

$ABCDEFGH$ est un cube ; I et J sont les milieux de $[AB]$ et $[BC]$.

- Montrer que $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
- En déduire que (IJ) est parallèle à (EG) .



I et J milieux de $[AB]$ et $[BC]$

Exercice 7 – Reconnaître un parallélogramme

On donne $A(2 ; 1 ; 0)$, $B(4 ; 2 ; 3)$, $C(3 ; 5 ; 4)$ et $D(1 ; 4 ; 1)$.

- Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme.
- Est-ce un losange ?

Exercice 8 – Un point sur une droite

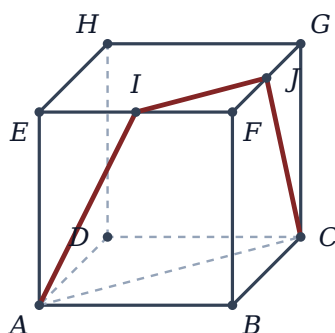
On donne $A(1 ; -2 ; 0)$ et $B(3 ; 0 ; 4)$.

- Le point $C(4 ; 1 ; 6)$ appartient-il à la droite (AB) ?
- Déterminer le point M de (AB) dont la cote (troisième coordonnée) vaut 10.

Exercice 9 – Un trapèze dans le cube

$ABCDEFGH$ est un cube ; I et J sont les milieux de $[EF]$ et $[FG]$.

- Exprimer $\overrightarrow{IJ}$ en fonction de $\overrightarrow{AC}$.
- En déduire la nature du quadrilatère $ACJI$.

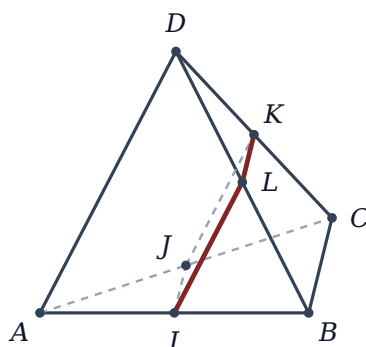


Le quadrilatère ACJI

Exercice 10 – Milieux dans un tétraèdre

$ABCD$ est un tétraèdre ; I, J, K et L sont les milieux respectifs de $[AB]$, $[AC]$, $[DC]$ et $[DB]$.

- Montrer que $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{LK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.
- En déduire la nature de $IJKL$.

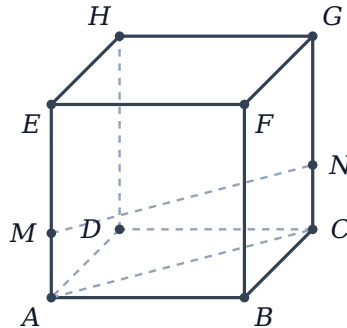


Les quatre milieux I, J, K, L

Exercice 11 – Une droite parallèle à une diagonale

$ABCDEFGH$ est un cube. On place M sur $[AE]$ et N sur $[CG]$ tels que $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CG}$.

Montrer que (MN) est parallèle à (AC) .



M et N au tiers des arêtes verticales

Exercice 12 – Construire un point

On donne $A(1 ; 1 ; 1)$, $B(2 ; 0 ; 3)$ et $C(0 ; 4 ; -1)$.

- Déterminer le point D tel que $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{BC}$.
- Les droites (AD) et (BC) sont-elles parallèles ?

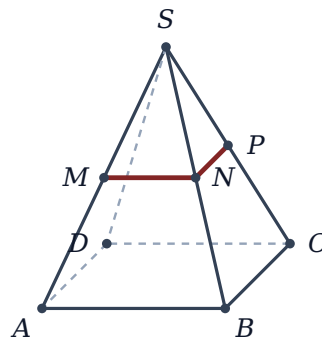
Exercice 13 – Trouver le paramètre d'alignement

Déterminer le réel k pour que les points $A(1 ; 0 ; 2)$, $B(3 ; k ; 6)$ et $C(4 ; 3 ; 8)$ soient alignés.

Exercice 14 – Parallélisme dans une pyramide

$SABCD$ est une pyramide à base carrée. M et N sont les milieux de $[SA]$ et $[SB]$, et P le milieu de $[SC]$.

- Montrer que $(MN) \parallel (AB)$ et $(NP) \parallel (BC)$.
- Que peut-on dire des plans (MNP) et (ABC) ?



Milieux M, N, P des arêtes [SA], [SB], [SC]

Exercice 15 - Vecteur directeur et longueurs

Dans un repère orthonormé, soit $\vec{u}(2; -1; 2)$.

- a) Calculer $\|\vec{u}\|$.
- b) Déterminer les vecteurs colinéaires à $\vec{u}$ de norme 1.
- c) Déterminer le point M de la droite passant par $A(1; 1; 1)$, de vecteur directeur $\vec{u}$, tel que $AM = 6$ et dont l'abscisse est plus grande que celle de A .