

Plaquette 3 - Coplanarité et plans

Géométrie dans l'espace (vecteurs) — Terminale spé maths

Exercices

Méthode

Trois vecteurs sont **coplanaires** quand l'un s'écrit comme combinaison linéaire des deux autres. Pour le tester, on écrit $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$ et on résout le **système** de trois équations à deux inconnues : on trouve a et b avec deux équations, puis on **vérifie** la troisième. Quatre points sont coplanaires quand les trois vecteurs issus de l'un d'eux le sont.

Exercice 1 - Trois vecteurs coplanaires

Montrer que les vecteurs $\vec{u}(1; 0; 1)$, $\vec{v}(0; 1; 1)$ et $\vec{w}(2; 3; 5)$ sont coplanaires.

Exercice 2 - Trois vecteurs non coplanaires

Les vecteurs $\vec{u}(1; 2; 0)$, $\vec{v}(0; 1; 1)$ et $\vec{w}(1; 1; 1)$ sont-ils coplanaires ?

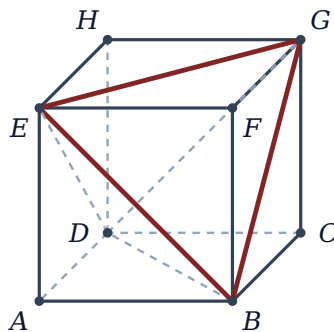
Exercice 3 - Quatre points coplanaires

Les points $A(0; 0; 0)$, $B(1; 0; 1)$, $C(0; 1; 1)$ et $D(1; 1; 2)$ sont-ils coplanaires ? Préciser la nature du quadrilatère $ABDC$.

Exercice 4 - Un tétraèdre caché dans le cube

$ABCDEFGH$ est un cube repéré par $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

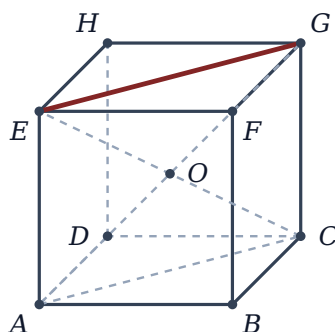
Les points B , D , E et G sont-ils coplanaires ?



Les six segments joignant B , D , E et G

Exercice 5 – Un rectangle dans le cube

$ABCDEFGH$ est un cube. Montrer que les points A , C , G et E sont coplanaires, puis que les droites (AG) et (CE) sont sécantes.



Le rectangle $ACGE$ et ses diagonales

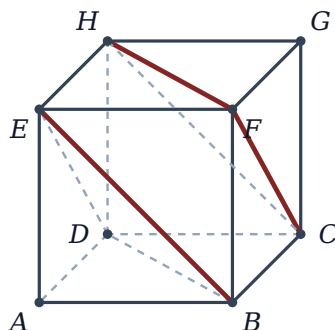
Exercice 6 – Un point dans un plan

Soit P le plan passant par $A(1; 2; 0)$ et dirigé par $\vec{u}(1; 0; 2)$ et $\vec{v}(0; 1; -1)$.

- Le point $M(3; 1; 5)$ appartient-il à P ?
- Même question pour $N(2; 4; 1)$.

Exercice 7 – Deux plans parallèles dans le cube

$ABCDEFGH$ est un cube. Montrer que les plans (BDE) et (CFH) sont parallèles.

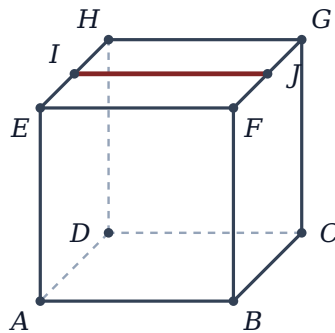


Les triangles BDE et CFH

Exercice 8 – Droite parallèle à un plan

$ABCDEFGH$ est un cube ; I est le milieu de $[EH]$ et J le milieu de $[FG]$.

- Montrer que la droite (IJ) est parallèle au plan (ABC) .
- Est-elle parallèle à la droite (AB) ?



I et J milieux de $[EH]$ et $[FG]$

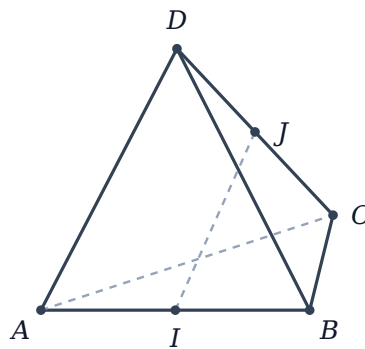
Exercice 9 – Compléter un point dans un plan

On donne $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$ et $C(0; 0; 1)$. Déterminer le réel c pour que le point $D(1; 2; c)$ appartienne au plan (ABC) .

Exercice 10 – Le segment des milieux dans un tétraèdre

$ABCD$ est un tétraèdre ; I est le milieu de $[AB]$ et J celui de $[CD]$.

- Montrer que $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{BD})$.
- En déduire que $\vec{IJ}$, $\vec{AC}$ et $\vec{BD}$ sont coplanaires.

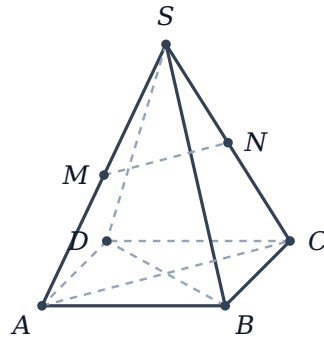


I et J milieux de deux arêtes opposées

Exercice 11 – Coplanarité dans une pyramide

$SABCD$ est une pyramide dont la base $ABCD$ est un carré. M est le milieu de $[SA]$ et N celui de $[SC]$.

- Exprimer $\overrightarrow{MN}$ en fonction de $\overrightarrow{AC}$.
- En déduire que les points M, N, A, C sont coplanaires, ainsi que M, N, B, D ? Justifier ou réfuter.



M et N milieux de $[SA]$ et $[SC]$

Exercice 12 – Coplanarité avec paramètre

Déterminer le réel m pour que les vecteurs $\vec{u}(1; 2; 0)$, $\vec{v}(0; 1; 1)$ et $\vec{w}(2; m; -1)$ soient coplanaires.

Exercice 13 – Un point dans un plan du cube

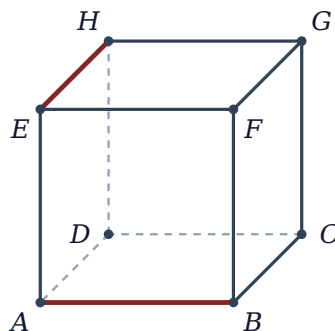
$ABCDEFGH$ est un cube repéré par $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$; I est le milieu de $[EF]$ et J celui de $[BC]$.

Le point $K\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$, centre du cube, appartient-il au plan (IJF) ?

Exercice 14 – Droites non coplanaires

$ABCDEFGH$ est un cube.

- Les droites (AB) et (EH) sont-elles parallèles ? Sécantes ?
- Justifier qu'elles ne sont pas coplanaires.



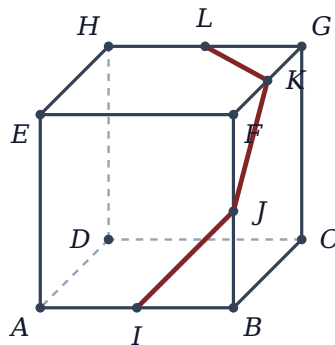
Les droites (AB) et (EH)

Exercice 15 – Une section plane du cube

$ABCDEFGH$ est un cube ; I, J et K sont les milieux de $[AB]$, $[BF]$ et $[FG]$.

a) Montrer que $\vec{IJ} = \frac{1}{2}\vec{AF}$ et que $\vec{JK} = \frac{1}{2}\vec{BG}$.

b) Le point L , milieu de $[GH]$, appartient-il au plan (IJK) ?



I, J, K, L milieux de quatre arêtes