

Plaquette 1 - Vecteurs de l'espace et coordonnées

Géométrie dans l'espace (vecteurs) – Terminale spé maths

Exercices

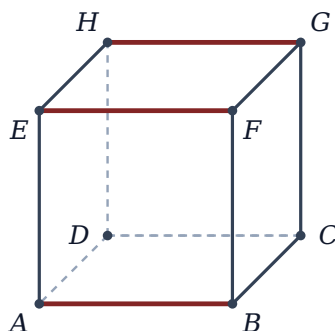
Méthode

Les vecteurs de l'espace se manipulent **comme ceux du plan** : égalité, relation de Chasles, multiplication par un réel. Dans un repère, on travaille avec **trois coordonnées** ; les formules du plan (coordonnées d'un vecteur, milieu, distance en repère orthonormé) gagnent simplement une troisième ligne. Dans un cube, on se place dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

Exercice 1 - Vecteurs égaux dans un cube

$ABCDEFGH$ est un cube.

- Citer tous les vecteurs égaux à $\overrightarrow{AB}$ dont l'origine et l'extrémité sont des sommets du cube.
- Même question pour $\overrightarrow{AE}$.
- Citer un vecteur opposé à $\overrightarrow{AD}$.

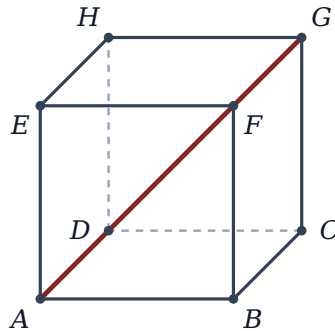


Les quatre arêtes « parallèles » à $[AB]$

Exercice 2 – Relation de Chasles dans un cube

$ABCDEFGH$ est un cube. Écrire chaque somme sous la forme d'un seul vecteur :

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FG}$
- b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}$
- c) $\overrightarrow{EH} + \overrightarrow{FB}$

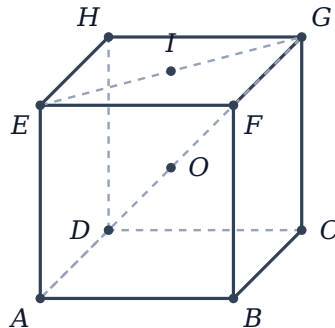


La grande diagonale $[AG]$

Exercice 3 – Coordonnées dans le repère du cube

Dans le cube $ABCDEFGH$ d'arête 1, on se place dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

- a) Donner les coordonnées des huit sommets.
- b) Donner les coordonnées du centre I de la face $EFGH$ et du centre O du cube.



Centre I de la face du haut et centre O du cube

Exercice 4 – Coordonnées d'un vecteur et longueur

Dans un repère orthonormé, on donne $A(1; 2; -1)$ et $B(4; 0; 3)$.

- a) Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$.
- b) Calculer la longueur AB .
- c) Calculer les coordonnées du milieu I de $[AB]$.

Exercice 5 – Compléter un parallélogramme

On donne $A(1; 0; 2)$, $B(3; 1; 0)$ et $C(4; 3; 1)$.

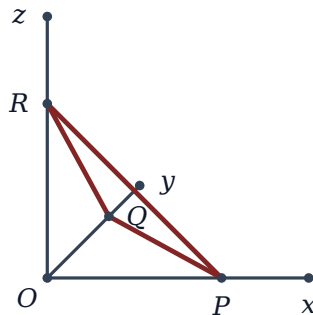
- a) Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

b) Vérifier que les diagonales ont le même milieu.

Exercice 6 - Un triangle dans le repère

Dans un repère orthonormé, on considère $P(2; 0; 0)$, $Q(0; 2; 0)$ et $R(0; 0; 2)$.

- Placer les points dans le repère.
- Calculer PQ , QR et PR . Quelle est la nature du triangle PQR ?



Le triangle PQR dans le repère

Exercice 7 - Combinaisons de vecteurs

Soit $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Calculer les coordonnées de :

- $2\vec{u} - 3\vec{v}$
- $\vec{w}$ tel que $\vec{u} + \vec{w} = 2\vec{v}$

Exercice 8 - Un point défini par une relation

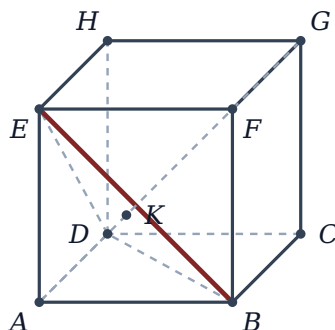
On donne $A(1; 1; 0)$, $B(2; 3; 1)$ et $C(0; 1; 4)$. Déterminer les coordonnées du point M tel que

$$\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$$

Exercice 9 – Centre de gravité d'une face oblique

Dans le cube $ABCDEFGH$ repéré par $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$, on note K le centre de gravité du triangle BDE .

- Calculer les coordonnées de K .
- Montrer que K appartient à la grande diagonale $[AG]$ et préciser sa position.



Le triangle BDE et la diagonale $[AG]$

Exercice 10 – Un point sur une sphère ?

Dans un repère orthonormé, on considère la sphère S de centre $\Omega(1; -1; 2)$ et de rayon 3.

- Le point $M(3; 1; 3)$ appartient-il à S ?
- Et le point $N(1; 2; 4)$? Est-il à l'intérieur ou à l'extérieur de la sphère ?

Exercice 11 – Image par une translation

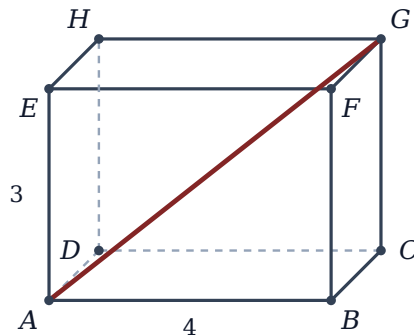
Soit $\vec{u}(2; -1; 3)$ et $A(0; 4; -1)$.

- Déterminer l'image A' de A par la translation de vecteur $\vec{u}$.
- Déterminer le point B dont l'image par cette translation est $B'(5; 5; 5)$.

Exercice 12 – Diagonale d'un pavé droit

Un pavé droit $ABCDEFGH$ a pour dimensions $AB = 4$, $AD = 2$ et $AE = 3$. On le place dans un repère orthonormé d'origine A , les axes portés par (AB) , (AD) et (AE) .

- Donner les coordonnées de G .
- Calculer la longueur de la diagonale AG .



Pavé droit et sa diagonale $[AG]$

Exercice 13 – La grande diagonale d'un cube

$ABCDEFGH$ est un cube d'arête a .

- Dans le repère orthonormé $\left(A; \frac{1}{a}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{a}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{a}\overrightarrow{AE}\right)$, donner les coordonnées de G .
- En déduire la longueur AG en fonction de a , puis pour une arête de 10 cm.

Exercice 14 – Symétrique d'un point

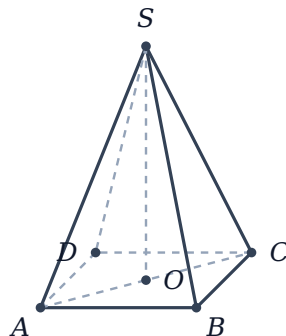
On donne $A(2; -1; 5)$ et $I(0; 3; 1)$.

- Déterminer le symétrique A' de A par rapport à I .
- Déterminer le symétrique de A par rapport à l'origine O .

Exercice 15 – Une pyramide dans un repère

$SABCD$ est une pyramide à base carrée $ABCD$ de côté 2, de sommet S situé à la verticale du centre O du carré, avec $SO = 3$. On se place dans le repère orthonormé d'origine A , d'axes (AB) , (AD) et la verticale.

- Donner les coordonnées de A , B , C , D , O et S .
- Calculer la longueur d'une arête latérale SA .



Pyramide $SABCD$ et sa hauteur $[SO]$