

Plaquette 5 - Problèmes de synthèse :
croissances comparées, conjugué et asymptotes
Limites de fonctions — Terminale spé maths
Exercices

Méthode

On lève les formes indéterminées en factorisant par le **terme dominant**, en multipliant par la **quantité conjuguée** ou en invoquant les **croissances comparées**, puis on en déduit les **asymptotes** et la position de la courbe.

Exercice 1 - Quotient de polynômes en l'infini

Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 + 4}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1}{x^3 - 2}$.

Exercice 2 - Forme 0/0 par factorisation

Calculer $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 4x + 3}$.

Exercice 3 - Quantité conjuguée

Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x)$.

Exercice 4 - Conjugué en un point

Calculer $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$.

Exercice 5 - Croissances comparées avec exponentielle

Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^3}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^{-x}$.

Exercice 6 - Croissances comparées avec logarithme

Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 \ln x$.

Exercice 7 - Asymptote verticale

Soit $f(x) = \frac{2x + 1}{x - 3}$. Déterminer les limites en 3 à gauche et à droite, puis les asymptotes.

Exercice 8 - Asymptote oblique

Soit $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{x + 1}$. Montrer que la courbe admet une asymptote oblique et préciser la position.

Exercice 9 - Limite avec valeur absolue

Calculer $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x-2|}{x-2}$ et $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x-2|}{x-2}$. La fonction a-t-elle une limite en 2 ?

Exercice 10 - Théorème des gendarmes

Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos x + 2x}{x+1}$.

Exercice 11 - Limite d'une composée

Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-\frac{1}{x}}$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{-\frac{1}{x}}$.

Exercice 12 - Limite et taux de variation

Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{x}$.

Exercice 13 - Limite d'un produit indéterminé

Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\sqrt{1 + \frac{1}{x}} - 1 \right)$.

Exercice 14 - Étude complète d'une fonction

Soit $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1}$. Déterminer le domaine, toutes les limites aux bornes et les asymptotes.

Exercice 15 - Synthèse : modèle avec asymptote

La concentration d'un médicament est modélisée par $C(t) = \frac{5t}{t^2 + 4}$ (en mg/L, t en heures, $t \geq 0$).

- Déterminer $\lim_{t \rightarrow +\infty} C(t)$ et interpréter.
- Déterminer le maximum de concentration.