Plaquette 5 – Problèmes de synthèse : croissances comparées, conjugué et asymptotes

Limites de fonctions — Terminale spé maths

Exercices

Méthode

On lève les formes indéterminées en factorisant par le **terme dominant**, en multipliant par la **quantité conjuguée** ou en invoquant les **croissances comparées**, puis on en déduit les **asymptotes** et la position de la courbe.

Exercice 1 – Quotient de polynômes en l'infini

Déterminer $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 + 4}$ et $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{x^2 + 1}{x^3 - 2}$.

Exercice 2 – Forme 0/0 par factorisation

Calculer $\lim_{x \to 3} \dfrac{x^2 - 9}{x^2 - 4x + 3}$.

Exercice 3 – Quantité conjuguée

Calculer $\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 3x} - x\right)$.

Exercice 4 – Conjugué en un point

Calculer $\lim_{x \to 4} \dfrac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$.

Exercice 5 – Croissances comparées avec exponentielle

Calculer $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x^3}$ et $\lim_{x \to +\infty} x^2 e^{-x}$.

Exercice 6 – Croissances comparées avec logarithme

Calculer $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$ et $\lim_{x \to 0^+} x^2 \ln x$.

Exercice 7 – Asymptote verticale

Soit $f(x) = \dfrac{2x + 1}{x - 3}$. Déterminer les limites en 3 à gauche et à droite, puis les asymptotes.

Exercice 8 – Asymptote oblique

Soit $f(x) = \dfrac{x^2 + 2x - 1}{x + 1}$. Montrer que la courbe admet une asymptote oblique et préciser la position.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – Limite avec valeur absolue

Calculer $\lim_{x \to 2^+} \dfrac{|x-2|}{x-2}$ et $\lim_{x \to 2^-} \dfrac{|x-2|}{x-2}$. La fonction a-t-elle une limite en 2 ?

Exercice 10 – Théorème des gendarmes

Déterminer $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{\cos x + 2x}{x+1}$.

Exercice 11 – Limite d'une composée

Calculer $\lim_{x \to +\infty} \mathrm{e}^{-\frac{1}{x}}$ et $\lim_{x \to 0^+} \mathrm{e}^{-\frac{1}{x}}$.

Exercice 12 – Limite et taux de variation

Calculer $\lim_{x \to 0} \dfrac{\mathrm{e}^{2x}-1}{x}$ et $\lim_{x \to 0} \dfrac{\ln(1+3x)}{x}$.

Exercice 13 – Limite d'un produit indéterminé

Calculer $\lim_{x \to +\infty} x\left(\sqrt{1+\frac{1}{x}} - 1\right)$.

Exercice 14 – Étude complète d'une fonction

Soit $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2-1}$. Déterminer le domaine, toutes les limites aux bornes et les asymptotes.

Exercice 15 – Synthèse : modèle avec asymptote

La concentration d'un médicament est modélisée par $C(t) = \dfrac{5t}{t^2+4}$ (en mg/L, t en heures, $t \geq 0$).

a) Déterminer $\lim_{t \to +\infty} C(t)$ et interpréter.

b) Déterminer le maximum de concentration.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).