Plaquette 5 – Problèmes de synthèse : arbres, probabilités totales et dépistage

Probabilités conditionnelles et indépendance — Terminale spé maths

Corrections détaillées

Boîte à outils

Probabilité conditionnelle. Pour $P(B) \neq 0$:

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \qquad \text{donc} \qquad P(A \cap B) = P(B) \times P_B(A)$$

Arbre pondéré. Les probabilités du **premier niveau** sont les $P(B_i)$; celles des **branches suivantes** sont **conditionnelles**. La probabilité d'un **chemin** est le **produit** des probabilités rencontrées, et la somme des branches partant d'un même nœud vaut 1.

Formule des probabilités totales. Si $B_1, \ldots, B_n$ forment une **partition** de l'univers :

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(B_i) \times P_{B_i}(A)$$

Cas courant à deux branches :

$$P(A) = P(B)P_B(A) + P\left(\overline{B}\right)P_{\overline{B}}(A)$$

Renversement (formule de Bayes).

$$P_A(B) = \frac{P(B) \times P_B(A)}{P(A)}$$

Indépendance. A et B sont indépendants si

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \qquad \Longleftrightarrow \qquad P_B(A) = P(A)$$

- Si A et B sont indépendants, il en va de même pour A et $\overline{B}$, $\overline{A}$ et B, $\overline{A}$ et $\overline{B}$.
- **Ne pas confondre** avec « incompatibles » ($A \cap B = \varnothing$) : deux événements de probabilité non nulle **incompatibles** ne sont **jamais** indépendants.

Répétition d'épreuves indépendantes. Pour n répétitions identiques et indépendantes,

$$P(\text{aucun succès}) = (1-p)^n \qquad P(\text{au moins un succès}) = 1 - (1-p)^n$$

Vocabulaire du dépistage. Sensibilité $= P_M(T)$ · spécificité $= P_{\overline{M}}\left(\overline{T}\right)$ · valeur prédictive positive $= P_T(M)$.

Correction de l'exercice 1 – Probabilité conditionnelle de base

- **Conditionnelles** :

$$P_B(A) = \frac{0{,}2}{0{,}5} = 0{,}4 \qquad P_A(B) = \frac{0{,}2}{0{,}4} = 0{,}5$$

- **Test d'indépendance** : $P(A) \times P(B) = 0{,}4 \times 0{,}5 = 0{,}2 = P(A \cap B)$ ✓
- **Conclusion** : A et B sont **indépendants**.
- **Lecture cohérente** : $P_B(A) = 0{,}4 = P(A)$ — savoir que B est réalisé ne change **rien** à la probabilité de A. C'est la définition même de l'indépendance.
- **Contrôle par l'union** : $P(A \cup B) = 0{,}4 + 0{,}5 - 0{,}2 = 0{,}7$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— **Contrôle du complémentaire** : $P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = 1 - 0{,}7 = 0{,}3 = 0{,}6 \times 0{,}5$ ✓ — les complémentaires sont aussi indépendants, comme le veut la propriété.

Réponse. $P_B(A) = 0{,}4$, $P_A(B) = 0{,}5$; événements indépendants.

Correction de l'exercice 2 – Arbre à deux niveaux

— **Notations** : U_1, U_2 le choix de l'urne, R « la boule est rouge ».

— **Premier niveau** : $P(U_1) = P(U_2) = 0{,}5$.

— **Branches conditionnelles** : $P_{U_1}(R) = \dfrac{3}{5} = 0{,}6$ et $P_{U_2}(R) = \dfrac{1}{5} = 0{,}2$.

— **Probabilités totales** :

$$P(R) = 0{,}5 \times 0{,}6 + 0{,}5 \times 0{,}2 = 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}4$$

— **Vérification par le complémentaire** : $P(V) = 0{,}5 \times 0{,}4 + 0{,}5 \times 0{,}8 = 0{,}2 + 0{,}4 = 0{,}6$, et $0{,}4 + 0{,}6 = 1$ ✓

— **Interprétation** : $P(R) = 0{,}4$ est la **moyenne** des deux proportions 0,6 et 0,2, car les urnes sont équiprobables.

— **Piège classique** : compter « 4 rouges sur 10 boules au total » donne ici la bonne réponse **par hasard** (les urnes ont le même effectif) ; ce raccourci est faux dès que les urnes ont des tailles différentes.

Réponse. $P(R) = 0{,}4$.

Correction de l'exercice 3 – Renversement du conditionnement

— **Formule de Bayes** :

$$P_R(U_1) = \frac{P(U_1 \cap R)}{P(R)} = \frac{0{,}5 \times 0{,}6}{0{,}4} = \frac{0{,}3}{0{,}4} = 0{,}75$$

— **Réponse** : 75 %.

— **Contrôle** : $P_R(U_2) = \dfrac{0{,}1}{0{,}4} = 0{,}25$, et $0{,}75 + 0{,}25 = 1$ ✓

— **Interprétation** : a priori les deux urnes étaient équiprobables (50 % chacune) ; **observer une boule rouge** fait passer U_1 de 50 % à 75 %, car U_1 est trois fois plus « riche » en rouges.

— **Rapport de vraisemblance** : $\dfrac{0{,}6}{0{,}2} = 3$, et l'on retrouve bien $\dfrac{0{,}75}{0{,}25} = 3$ ✓

— **À retenir** : $P_R(U_1) \neq P_{U_1}(R)$ — ici 0,75 contre 0,6. Confondre les deux est l'erreur la plus fréquente du chapitre.

Réponse. $P_R(U_1) = 0{,}75$.

Correction de l'exercice 4 – Test de dépistage

— **Notations** : M « malade », T « test positif ».

— **Données** : $P(M) = 0{,}02$, $P_M(T) = 0{,}95$ (sensibilité), $P_{\overline{M}}(T) = 0{,}03$.

— **Probabilité d'un test positif** :

$$P(T) = 0{,}02 \times 0{,}95 + 0{,}98 \times 0{,}03 = 0{,}019 + 0{,}0294 = 0{,}0484$$

— **Valeur prédictive positive** :

$$P_T(M) = \frac{0{,}019}{0{,}0484} \approx 0{,}3926$$

— **Réponse** : environ 39,3 %.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— **Commentaire essentiel** : malgré un test « fiable à 95 % », **moins de deux positifs sur cinq** sont réellement malades. La raison est que les non-malades sont 49 fois plus nombreux : $0{,}98 \times 0{,}03 = 0{,}0294$ **faux positifs** contre seulement 0,019 vrais positifs.

— **Contrôle** : $P_{\overline{T}}\left(\overline{M}\right) = \dfrac{0{,}0294}{0{,}0484} \approx 0{,}6074$, et $0{,}3926 + 0{,}6074 = 1$ ✓

— **Valeur prédictive négative** : $P_{\overline{T}}\left(\overline{M}\right) = \dfrac{0{,}98 \times 0{,}97}{1 - 0{,}0484} = \dfrac{0{,}9506}{0{,}9516} \approx 0{,}9989$ — un test négatif est, lui, très rassurant.

Réponse. $P_T(M) \approx 0{,}393$, soit environ 39 %.

Correction de l’exercice 5 – Indépendance à vérifier

— **Probabilité de** A : les couples de somme 7 sont $(1,6)$, $(2,5)$, $(3,4)$, $(4,3)$, $(5,2)$, $(6,1)$ — six cas sur 36.

$$P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

— **Probabilité de** B : $P(B) = \dfrac{1}{6}$.

— **Intersection** : un seul couple, $(3,4)$, donc $P(A \cap B) = \dfrac{1}{36}$.

— **Test** : $P(A) \times P(B) = \dfrac{1}{6} \times \dfrac{1}{6} = \dfrac{1}{36}$ ✓

— **Conclusion** : les événements sont **indépendants**.

— **Lecture** : $P_B(A) = \dfrac{1/36}{1/6} = \dfrac{1}{6} = P(A)$ — connaître le premier dé ne change pas la probabilité d’obtenir une somme de 7, car **chaque** valeur du premier dé laisse exactement **une** valeur gagnante au second.

— **Contre-exemple instructif** : avec A' « la somme vaut 6 », $P(A') = \dfrac{5}{36}$ et $P(A' \cap B) = \dfrac{1}{36}$, alors que $\dfrac{5}{36} \times \dfrac{1}{6} = \dfrac{5}{216} \neq \dfrac{1}{36}$ — cette fois il y a **dépendance**. La somme 7 est un cas très particulier.

Réponse. Oui : $P(A \cap B) = \dfrac{1}{36} = P(A)P(B)$.

Correction de l’exercice 6 – Au moins un succès

— **Événement contraire** : « aucun tir au but » a pour probabilité $0{,}7^n$.

— **Inéquation** :

$$1 - 0{,}7^n > 0{,}95 \Leftrightarrow 0{,}7^n < 0{,}05$$

— **Passage au logarithme** (avec $\ln 0{,}7 < 0$, donc changement de sens) :

$$n > \frac{\ln 0{,}05}{\ln 0{,}7} \approx \frac{-2{,}9957}{-0{,}3567} \approx 8{,}399$$

— **Conclusion** : il faut $n \geq 9$ tirs.

— **Vérifications** : $0{,}7^8 \approx 0{,}05765 > 0{,}05$ (donc 8 tirs ne suffisent pas : $1 - 0{,}05765 \approx 0{,}9424 < 0{,}95$).

— $0{,}7^9 \approx 0{,}04035 < 0{,}05$, soit une probabilité de succès $\approx 0{,}9596 > 0{,}95$ ✓

— **Réponse** : **9 tirs**.

— **Réflexe à garder** : « au moins un » se traite **toujours** par le complémentaire « aucun », qui est un simple produit.

Réponse. $n = 9$ tirs ($1 - 0{,}7^9 \approx 0{,}960$).

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 7 – Arbre à trois branches

— **Notations** : M_1, M_2, M_3 et D « pièce défectueuse ».

— **Probabilité d’un défaut** :

$$P(D) = 0{,}5 \times 0{,}01 + 0{,}3 \times 0{,}02 + 0{,}2 \times 0{,}05 = 0{,}005 + 0{,}006 + 0{,}010 = 0{,}021$$

— **Renversements** :

— $P_D(M_1) = \dfrac{0{,}005}{0{,}021} \approx 0{,}2381$

— $P_D(M_2) = \dfrac{0{,}006}{0{,}021} \approx 0{,}2857$

— $P_D(M_3) = \dfrac{0{,}010}{0{,}021} \approx 0{,}4762$

— **Contrôle** : la somme vaut $\dfrac{0{,}021}{0{,}021} = 1$ ✓

— **Conclusion** : la pièce vient le plus probablement de M_3 (environ 47,6 %).

— **Commentaire** : M_3 ne produit que 20 % des pièces, mais son taux de défaut est **cinq fois** celui de M_1 — c’est elle qui pèse le plus dans les rebuts. Le taux global de défaut est de 2,1 %, et M_3 en fournit presque la moitié : c’est **la** machine à réviser en priorité.

Réponse. M_3, avec $P_D(M_3) \approx 0{,}476$ (taux global de défaut 2,1 %).

Correction de l’exercice 8 – Tirages sans remise

— **Attention** : sans remise, les tirages ne sont **pas indépendants** — la composition change.

— **Chemin blanc puis noir** : $\dfrac{4}{10} \times \dfrac{6}{9} = \dfrac{24}{90}$.

— **Chemin noir puis blanc** : $\dfrac{6}{10} \times \dfrac{4}{9} = \dfrac{24}{90}$.

— **Somme** :

$$P = \frac{24}{90} + \frac{24}{90} = \frac{48}{90} = \frac{8}{15} \approx 0{,}5333$$

— **Contrôle par le complémentaire** : deux blanches $\dfrac{4}{10} \times \dfrac{3}{9} = \dfrac{12}{90}$; deux noires $\dfrac{6}{10} \times \dfrac{5}{9} = \dfrac{30}{90}$.

— Total : $\dfrac{12 + 30 + 48}{90} = \dfrac{90}{90} = 1$ ✓

— **Contrôle par les combinaisons** : $\dfrac{\binom{4}{1}\binom{6}{1}}{\binom{10}{2}} = \dfrac{4 \times 6}{45} = \dfrac{24}{45} = \dfrac{8}{15}$ ✓

— **Comparaison avec remise** : on aurait obtenu $2 \times 0{,}4 \times 0{,}6 = 0{,}48$ — légèrement moins, car sans remise le second tirage « favorise » l’autre couleur.

Réponse. $P = \dfrac{8}{15} \approx 0{,}533$.

Correction de l’exercice 9 – Événements incompatibles ou indépendants

Cas incompatibles. $A \cap B = \varnothing$, donc $P(A \cap B) = 0$ et

$$P(A \cup B) = 0{,}3 + 0{,}4 = 0{,}7$$

Cas indépendants. $P(A \cap B) = 0{,}3 \times 0{,}4 = 0{,}12$, donc

$$P(A \cup B) = 0{,}3 + 0{,}4 - 0{,}12 = 0{,}58$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Les deux à la fois ?

— Il faudrait $P(A \cap B) = 0$ **et** $P(A \cap B) = 0{,}12$ — **impossible**.
— **Conclusion** : deux événements de probabilités **non nulles** ne peuvent pas être simultanément incompatibles et indépendants.
— **Raison profonde** : si A et B sont incompatibles, savoir que B est réalisé **interdit** A, donc $P_B(A) = 0 \neq P(A)$ — c'est une dépendance **maximale**, à l'opposé de l'indépendance.
— **Exception formelle** : le seul cas compatible est $P(A) = 0$ ou $P(B) = 0$, sans intérêt pratique.

Réponse. Non (sauf probabilité nulle) ; $P(A \cup B) = 0{,}7$ si incompatibles, 0,58 si indépendants.

Correction de l'exercice 10 – Probabilité d'une réunion conditionnelle

— **Notations** : A « anglais », E « espagnol », avec $P(A) = 0{,}6$, $P(E) = 0{,}4$, $P(A \cap E) = 0{,}25$.
— **Conditionnelle** :

$$P_A(E) = \frac{0{,}25}{0{,}6} \approx 0{,}4167$$

— **Réunion** : $P(A \cup E) = 0{,}6 + 0{,}4 - 0{,}25 = 0{,}75$.
— **Aucune des deux** : $P\left(\overline{A} \cap \overline{E}\right) = 1 - 0{,}75 = 0{,}25$, soit 25 %.
— **Test d'indépendance** : $0{,}6 \times 0{,}4 = 0{,}24 \neq 0{,}25$ — les deux choix ne sont **pas indépendants**, mais ils en sont très proches.
— **Lecture** : $P_A(E) \approx 0{,}417 > P(E) = 0{,}4$ — faire de l'anglais rend l'espagnol **légèrement plus probable** (élèves polyglottes).
— **Contrôle par les effectifs** : sur 100 élèves, 35 font anglais seul, 15 espagnol seul, 25 les deux et 25 aucune. Total 100 ✓

Réponse. $P_A(E) \approx 0{,}417$; 25 % ne font aucune des deux langues.

Correction de l'exercice 11 – Chaîne de deux étapes

— **Notations** : V « a révisé », S « réussit ».
— **Probabilité de réussite** :

$$P(S) = 0{,}7 \times 0{,}9 + 0{,}3 \times 0{,}3 = 0{,}63 + 0{,}09 = 0{,}72$$

— **Renversement** :

$$P_S(V) = \frac{0{,}63}{0{,}72} = 0{,}875$$

— **Réponse** : 87,5 %.
— **Contrôle** : $P_S\left(\overline{V}\right) = \dfrac{0{,}09}{0{,}72} = 0{,}125$, et $0{,}875 + 0{,}125 = 1$ ✓
— **Interprétation** : la réussite est un **bon indicateur** de révision — 87,5 % contre 70 % a priori.
— **Symétrie intéressante** : en cas d'échec, $P_{\overline{S}}(V) = \dfrac{0{,}7 \times 0{,}1}{0{,}28} = \dfrac{0{,}07}{0{,}28} = 0{,}25$ — un échec fait chuter la probabilité de révision de 70 % à 25 %.
— **Contrôle global** : $0{,}72 \times 0{,}875 + 0{,}28 \times 0{,}25 = 0{,}63 + 0{,}07 = 0{,}7 = P(V)$ ✓

Réponse. $P_S(V) = 0{,}875$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l'exercice 12 – Trois tirages indépendants

— **Exactement deux piles** : trois arrangements possibles (PPF, PFP, FPP), chacun de probabilité $0{,}6^2 \times 0{,}4$.

$$P = 3 \times 0{,}36 \times 0{,}4 = 0{,}432$$

— **Trois piles** : $0{,}6^3 = 0{,}216$.

— **Au moins deux piles** :

$$0{,}432 + 0{,}216 = 0{,}648$$

— **Vérification par la loi complète** : zéro pile $0{,}4^3 = 0{,}064$; un pile $3 \times 0{,}6 \times 0{,}16 = 0{,}288$.

— **Somme totale** : $0{,}064 + 0{,}288 + 0{,}432 + 0{,}216 = 1$ ✓

— **Lien avec la loi binomiale** : on reconnaît $B(3\,;0{,}6)$, avec $P(X=k) = \binom{3}{k} 0{,}6^k 0{,}4^{3-k}$ — les coefficients 1, 3, 3, 1 sont ceux du triangle de Pascal.

— **Espérance** : $3 \times 0{,}6 = 1{,}8$ pile en moyenne, cohérent avec une distribution centrée entre 1 et 2.

Réponse. Exactement deux piles : 0,432 ; au moins deux : 0,648.

Correction de l'exercice 13 – Détermination d'un paramètre

— **Notations** : D « défectueuse », R « rejetée », avec $P_D(R) = 0{,}9$ et $P_{\overline{D}}(R) = 0{,}02$.

— **Probabilités totales** :

$$P(R) = 0{,}9p + 0{,}02(1-p) = 0{,}02 + 0{,}88p$$

— **Équation** : $0{,}02 + 0{,}88p = 0{,}04$, donc $0{,}88p = 0{,}02$ et

$$p = \frac{0{,}02}{0{,}88} \approx 0{,}02273$$

— **Réponse** : environ 2,27 % de pièces défectueuses.

— **Vérification** : $0{,}9 \times 0{,}02273 + 0{,}02 \times 0{,}97727 \approx 0{,}020455 + 0{,}019545 = 0{,}04$ ✓

— **Valeur prédictive du rejet** : $P_R(D) = \dfrac{0{,}020455}{0{,}04} \approx 0{,}5114$ — à peine une pièce rejetée sur deux est réellement défectueuse.

— **Commentaire** : les faux rejets (0,0195) sont presque aussi nombreux que les vrais (0,0205), parce que les bonnes pièces sont 43 fois plus nombreuses. Abaisser le taux de faux rejets à 1 % ferait passer la valeur prédictive à $\dfrac{0{,}020455}{0{,}020455 + 0{,}009773} \approx 0{,}677$.

Réponse. $p = \dfrac{0{,}02}{0{,}88} \approx 2{,}27\,\%$.

Correction de l'exercice 14 – Indépendance de trois événements

Montage en série — il faut que **tous** fonctionnent :

$$P = 0{,}9 \times 0{,}95 \times 0{,}8 = 0{,}684$$

Montage en parallèle — il suffit qu'**au moins un** fonctionne, donc on passe par le contraire « tous en panne » :

$$P = 1 - 0{,}1 \times 0{,}05 \times 0{,}2 = 1 - 0{,}001 = 0{,}999$$

— **Comparaison** : 68,4 % contre 99,9 % — la **redondance** (parallèle) est spectaculairement plus fiable.

— **Contrôle du série** : $0{,}9 \times 0{,}95 = 0{,}855$, puis $0{,}855 \times 0{,}8 = 0{,}684$ ✓

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— **Remarque sur le maillon faible** : en série, la fiabilité est **inférieure** à celle du plus mauvais composant (0,684 < 0,8) — chaque composant supplémentaire dégrade l'ensemble.
— **Contrôle du parallèle** : la panne totale exige trois pannes simultanées, soit 1 chance sur 1000 ✓
— **Application** : c'est la raison pour laquelle les systèmes critiques (freinage, alimentation électrique) sont **doublés**, jamais mis en série.

Réponse. Série : 0,684 · parallèle : 0,999.

Correction de l'exercice 15 – Probabilités conditionnelles et effectifs

Tableau des effectifs.

! ·	Sport	Pas de sport	Total
Filles	45	75	120
Garçons	35	45	80
Total	80	120	200

a) **Conditionnelle** :

$$P_F(S) = \frac{45}{120} = 0{,}375$$

b) **Test d'indépendance** :

— $P(F) = \frac{120}{200} = 0{,}6$ et $P(S) = \frac{80}{200} = 0{,}4$.
— $P(F) \times P(S) = 0{,}24$, alors que $P(F \cap S) = \frac{45}{200} = 0{,}225$.
— **Conclusion** : $0{,}225 \neq 0{,}24$, les événements ne sont **pas indépendants**.
— **Lecture** : $P_F(S) = 0{,}375 < P(S) = 0{,}4$ — les filles pratiquent un peu **moins** en club que la moyenne.
— **Contrôle côté garçons** : $P_G(S) = \frac{35}{80} = 0{,}4375 > 0{,}4$ ✓ — cohérent avec le déséquilibre observé.
— **Effectif d'indépendance** : il aurait fallu $0{,}24 \times 200 = 48$ filles sportives au lieu de 45 pour que les événements soient indépendants.

Réponse. a) $P_F(S) = 0{,}375$ · b) non : $0{,}225 \neq 0{,}24$.

Correction de l'exercice 16 – Synthèse : maladie et double test

a) **Probabilité d'un positif** : avec $P(M) = 0{,}01$, $P_M(T) = 0{,}98$ et $P_{\overline{M}}(T) = 1 - 0{,}96 = 0{,}04$,

$$P(T) = 0{,}01 \times 0{,}98 + 0{,}99 \times 0{,}04 = 0{,}0098 + 0{,}0396 = 0{,}0494$$

b) **Valeur prédictive positive** :

$$P_T(M) = \frac{0{,}0098}{0{,}0494} \approx 0{,}1984$$

— Moins de **un positif sur cinq** est malade : les 0,0396 faux positifs écrasent les 0,0098 vrais positifs.

c) **Deux tests positifs.** La nouvelle probabilité a priori est $P_T(M) \approx 0{,}1984$; on refait un tour de Bayes.

$$P(T_2) = 0{,}1984 \times 0{,}98 + 0{,}8016 \times 0{,}04 \approx 0{,}19443 + 0{,}03206 = 0{,}22649$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$$P_{T_1 \cap T_2}(M) = \frac{0{,}19443}{0{,}22649} \approx 0{,}8584$$

— **Réponse** : environ 85,8 %.

— **Contrôle par le calcul direct** :
$$\frac{0{,}01 \times 0{,}98^2}{0{,}01 \times 0{,}98^2 + 0{,}99 \times 0{,}04^2} = \frac{0{,}009604}{0{,}009604 + 0{,}001584} = \frac{0{,}009604}{0{,}011188} \approx 0{,}8584 \ \checkmark$$

— **Leçon** : un seul test positif sur une maladie **rare** est peu informatif (19,8 %) ; **deux** tests indépendants font bondir la certitude à 85,8 %. C’est précisément la logique des protocoles de dépistage en deux temps.

Réponse. a) $P(T) = 0{,}0494$ · b) $\approx 0{,}198$ · c) $\approx 0{,}858$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).