

Plaquette 3 – Évolutions, coefficients et taux moyen

Automatismes – Terminale STI2D

Corrections détaillées

Boîte à outils

Taux d'évolution.

$$t = \frac{V_F - V_I}{V_I} \quad \text{et} \quad CM = 1 + t$$

Évolution	Coefficient multiplicateur
+20 %	1,2
+5 %	1,05
−20 %	0,8
−5 %	0,95
doublement	2
division par deux	0,5

Les trois règles.

- **Successives** : les coefficients se **multiplient**, $CM = CM_1 \times CM_2$.
- **Réciproque** (revenir à la valeur de départ) : coefficient $\frac{1}{CM}$.
- **Taux moyen** sur n périodes :

$$1 + t_m = (CM_{\text{global}})^{\frac{1}{n}}$$

Retrouver la valeur initiale : $V_I = \frac{V_F}{CM}$ — on **divise**, on ne retire pas le pourcentage.

Contrôles de bon sens.

- Une hausse suivie d'une baisse du même taux ne ramène **jamais** au point de départ : $1,2 \times 0,8 = 0,96$.
 - Un coefficient supérieur à 1 traduit une hausse, inférieur à 1 une baisse.
 - Le taux moyen est toujours compris entre le plus petit et le plus grand des taux.
- ⚠ Les taux ne s'additionnent pas et ne se moyennent pas : on repasse **toujours** par les coefficients.

Correction de l'exercice 1 - Du taux au coefficient

Une évolution de taux t correspond au coefficient multiplicateur $1 + t$, avec t écrit en écriture décimale.

$$CM = 1 + t$$

- +8 % : $1 + 0,08 = 1,08$.
- −15 % : $1 - 0,15 = 0,85$.
- +150 % : $1 + 1,5 = 2,5$; la quantité est multipliée par 2,5.
- −100 % : $1 - 1 = 0$; la quantité disparaît complètement.

Réponse. 1,08 ; 0,85 ; 2,5 ; 0.

Correction de l'exercice 2 - Du coefficient au taux

On inverse la relation précédente : le taux vaut $t = CM - 1$.

- $1,035 - 1 = 0,035$, soit $+3,5\%$.
- $0,92 - 1 = -0,08$, soit -8% .
- $1,4 - 1 = 0,4$, soit $+40\%$.
- $0,5 - 1 = -0,5$, soit -50% : multiplier par 0,5, c'est diviser par deux.

$$t = CM - 1$$

Un coefficient inférieur à 1 correspond toujours à une baisse, un coefficient supérieur à 1 à une hausse.

Réponse. $+3,5\%$; -8% ; $+40\%$; -50% .

Correction de l'exercice 3 - Calculer un taux d'évolution

Le taux d'évolution est la variation rapportée à la valeur **de départ** :

$$t = \frac{2\,800 - 2\,500}{2\,500} = \frac{300}{2\,500} = \frac{3}{25} = 0,12$$

La production a augmenté de 12% .

Contrôle par le coefficient multiplicateur : $\frac{2\,800}{2\,500} = 1,12$. Diviser par la valeur finale, 2 800, donnerait environ $10,7\%$, ce qui est faux.

Réponse. $+12\%$.

Correction de l'exercice 4 - Deux évolutions successives

a) Une hausse de 10% multiplie par 1,1, une baisse de 10% par 0,9. Les coefficients de deux évolutions successives se multiplient :

$$1,1 \times 0,9 = 0,99$$

b) Le coefficient global 0,99 correspond à une baisse de 1% : le prix ne revient **pas** au point de départ. Par exemple, 200 € deviennent 220 €, puis 198 €.

La baisse porte sur un prix plus élevé que la hausse, elle retire donc davantage. En général, $(1 + t)(1 - t) = 1 - t^2$, toujours inférieur à 1.

Réponse. a) $0,99$ · b) non, le prix baisse de 1% au total.

Correction de l'exercice 5 - Trois hausses

Les trois coefficients sont 1,03, 1,05 et 1,02 ; on les multiplie :

$$1,03 \times 1,05 \times 1,02 = 1,0815 \times 1,02 = 1,10313$$

Le taux global vaut environ $+10,3\%$.

La somme des taux, $3 + 5 + 2 = 10\%$, sous-estime légèrement le résultat : chaque hausse s'applique à un tarif déjà augmenté. L'écart, 0,3 point, grandirait avec des taux plus élevés.

Réponse. Environ $+10,3\%$.

Correction de l'exercice 6 - Une hausse et une baisse

Une hausse de 25% multiplie par 1,25, une baisse de 30% par 0,7 :

$$1,25 \times 0,7 = 0,875$$

Le coefficient global 0,875 correspond à un taux de $-12,5\%$.

Vérification : 800 kWh deviennent 1 000 kWh, puis 700 kWh, et $\frac{700}{800} = 0,875$. La somme des taux, $25 - 30 = -5\%$, est fautive : la baisse s'applique à une valeur plus grande que la valeur de départ.

Réponse. $-12,5\%$.

Correction de l'exercice 7 - Évolution réciproque

Une baisse de 20% multiplie le prix par 0,8. Pour revenir au prix initial, il faut multiplier par l'inverse :

$$\frac{1}{0,8} = 1,25$$

soit une hausse de 25% . **Vérification** : $0,8 \times 1,25 = 1$.

Exemple : 100 € deviennent 80 € ; pour revenir à 100 €, il faut ajouter 20 €, c'est-à-dire $\frac{20}{80} = 25\%$ de 80 €. Une hausse de 20% ne donnerait que 96 €.

Réponse. Une hausse de 25% .

Correction de l'exercice 8 - Retrouver la valeur initiale

Le stock initial a été multiplié par 1,12 : $V_I \times 1,12 = 3\,360$. Pour remonter, on **divise** par le coefficient :

$$V_I = \frac{3\,360}{1,12} = 3\,000$$

Le stock initial était de 3 000 **pièces**. **Vérification** : $3\,000 \times 1,12 = 3\,360$.

Retirer 12% de 3 360 donnerait 2 956,8, à tort : les 12% se calculent sur le stock initial, pas sur le stock final.

Réponse. 3 000 pièces.

Correction de l'exercice 9 - Après une baisse

Une baisse de 35% multiplie par $1 - 0,35 = 0,65$. Pour retrouver le prix initial, on divise le prix final par ce coefficient :

$$V_I = \frac{91}{0,65} = 140 \text{ €}$$

Vérification : $140 \times 0,65 = 91$, et la remise vaut $140 - 91 = 49 \text{ €}$, soit bien $\frac{49}{140} = 35\%$.

Ajouter 35% à 91 € donnerait 122,85 €, à tort : les 35% portent sur le prix initial, inconnu.

Réponse. 140 €.

Correction de l'exercice 10 - Taux moyen sur trois ans

Une hausse de $33,1\%$ correspond au coefficient global 1,331. Le coefficient annuel moyen est le nombre qui, multiplié trois fois par lui-même, donne 1,331 :

$$1 + t_m = 1,331^{\frac{1}{3}} = 1,1$$

car $1,1^3 = 1,1 \times 1,1 \times 1,1 = 1,331$. Le taux moyen vaut $+10\%$ **par an**.

Diviser $33,1$ par 3 donnerait environ 11% , trop : trois hausses de $11,03\%$ font $1,1103^3 \approx 1,369$, et non 1,331.

Réponse. +10 % par an.

Correction de l'exercice 11 - Un taux moyen de baisse

Une baisse de 27,1 % correspond au coefficient global $1 - 0,271 = 0,729$. On cherche le coefficient annuel moyen, dont le cube vaut 0,729 :

$$1 + t_m = 0,729^{\frac{1}{3}} = 0,9$$

car $0,9^3 = 0,729$. Le taux moyen vaut **-10 % par an**.

Vérification : 1 000 kWh deviennent 900, puis 810, puis 729 kWh. Le coefficient est inférieur à 1, le taux est bien négatif.

Réponse. -10 % par an.

Correction de l'exercice 12 - Taux moyen de deux évolutions différentes

On multiplie les deux coefficients pour obtenir le coefficient global : $1,2 \times 1,05 = 1,26$. Le coefficient annuel moyen est le nombre dont le carré vaut 1,26 :

$$1 + t_m = \sqrt{1,26} \approx 1,1225$$

Le taux moyen vaut environ +12,3 % **par an**. **Vérification** : $1,1225^2 \approx 1,26$.

La moyenne des taux, $\frac{20+5}{2} = 12,5$ %, est légèrement trop forte. Le taux moyen est bien compris entre 5 % et 20 %.

Réponse. Environ +12,3 % par an.

Correction de l'exercice 13 - Deux taux moyens à comparer

Les durées sont différentes : on compare les taux moyens annuels.

- Entreprise A : coefficient 1,6 sur 4 ans, donc $1,6^{\frac{1}{4}} \approx 1,1247$, soit environ +12,5 % par an.
- Entreprise B : coefficient 1,44 sur 2 ans, donc

$$\sqrt{1,44} = 1,2$$

soit +20 % par an.

L'entreprise **B** progresse le plus vite, alors que sa hausse totale (44 %) est plus faible que celle de A (60 %) : elle l'a obtenue en deux fois moins de temps. Sur quatre ans, à ce rythme, B ferait $1,2^4 \approx 2,07$, soit +107 %.

Réponse. L'entreprise B (+20 % par an contre environ +12,5 %).

Correction de l'exercice 14 - Prévoir une valeur future

- a) Une hausse de 6 % par an multiplie par 1,06 chaque année ; sur trois ans :

$$4\,000 \times 1,06^3 \approx 4\,000 \times 1,191 \approx 4\,764 \text{ pièces}$$

- b) La production dépasse 6 000 pièces lorsque le coefficient $1,06^n$ dépasse $\frac{6\,000}{4\,000} = 1,5$.

Au bout de 6 ans, $1,06^6 \approx 1,4185$: environ 5 674 pièces, c'est insuffisant. Au bout de 7 ans, $1,06^7 \approx 1,5036$: environ 6 015 pièces. Le seuil est franchi au bout de 7 **ans**.

À ce rythme, la production double en environ 12 ans ($1,06^{12} \approx 2,01$).

Réponse. a) environ 4 764 pièces · b) au bout de 7 ans.

Correction de l'exercice 15 - Un indice

a) L'indice d'une année est la valeur de cette année rapportée à celle de l'année de base, multipliée par 100 :

$$I_{2026} = \frac{93,5}{85} \times 100 = 1,1 \times 100 = 110$$

b) L'indice est le coefficient multiplicateur depuis l'année de base, multiplié par 100 : un indice de 110 correspond au coefficient 1,1, donc à une hausse de 10 %. **Vérification** : $85 \times 1,1 = 93,5$.

L'indice de l'année de base vaut toujours 100 ; un indice de 92 signifierait une baisse de 8 %. Les indices permettent de comparer des séries de valeurs de départ différentes.

Réponse. a) indice 110 · b) +10 %.

Correction de l'exercice 16 - Synthèse : trois années d'activité

a) On applique chaque coefficient au chiffre d'affaires de l'année précédente : $250\,000 \times 1,08 = 270\,000$ € en 2024, $270\,000 \times 0,95 = 256\,500$ € en 2025, et $256\,500 \times 1,12 = 287\,280$ € en 2026.

b) Le coefficient global est le produit des trois coefficients :

$$1,08 \times 0,95 \times 1,12 = 1,026 \times 1,12 = 1,14912$$

soit une hausse d'environ 14,9 % sur les trois ans. **Contrôle** : $\frac{287\,280}{250\,000} = 1,14912$.

c) Le coefficient annuel moyen vaut $1,14912^{\frac{1}{3}} \approx 1,0474$, soit environ +4,7 % **par an**, bien compris entre -5 % et +12 %.

d) Il faut multiplier 287 280 € par $\frac{400\,000}{287\,280} \approx 1,392$. Au bout de 7 ans, $1,0474^7 \approx 1,383$ donne environ 397 300 €, encore insuffisant ; au bout de 8 ans, $1,0474^8 \approx 1,448$ donne environ 416 100 €. Le seuil serait franchi en $2026 + 8 = \mathbf{2034}$, à condition que le rythme moyen se maintienne, ce que trois années ne garantissent pas.

Réponse. a) 270 000 €, 256 500 €, 287 280 € · b) 1,14912, soit +14,9 % · c) environ +4,7 % par an · d) en 2034.