

Plaquette 5 - Lectures graphiques et problèmes de synthèse

Automatismes — Terminale STI2D

Corrections détaillées

Boîte à outils

Lire une courbe.

- **Image** : on part d'une abscisse, on monte jusqu'à la courbe, on lit l'ordonnée.
- **Antécédent** : on part d'une ordonnée, on va jusqu'à la courbe, on lit l'abscisse. Il peut y en avoir **plusieurs**.
- Une courbe **croissante** monte de gauche à droite ; un **maximum** est un sommet.

Coefficient directeur d'une droite passant par deux points :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Résoudre graphiquement $f(x) = k$: on trace la droite horizontale d'ordonnée k et on lit les abscisses des points d'intersection.

Les rappels de calcul, réunis.

Situation	Formule
proportion	$p = \frac{\text{partie}}{\text{total}}$
taux d'évolution	$t = \frac{V_F - V_I}{V_I}$
évolutions successives	$CM = CM_1 \times CM_2$
taux moyen sur n ans	$1 + t_m = CM^{1/n}$
énergie	$W = P \times t$
rendement	$\eta = \frac{P_{\text{utile}}}{P_{\text{absorbée}}}$
probabilité	$P(A) = \frac{\text{favorables}}{\text{possibles}}, P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

Méthode pour un problème enchaîné : répondre **dans l'ordre** des questions, chacune réutilisant la précédente, et vérifier à chaque étape l'ordre de grandeur.

⚠ Une lecture graphique donne une valeur **approchée** : on annonce « environ », et on ne prétend pas à trois décimales.

Correction de l'exercice 1 - Lire un tableau de valeurs

a) Dans le tableau, on lit directement l'image de 2 : $f(2) = 9$. La valeur 8 apparaît deux fois, pour $x = 1$ et $x = 3$: ce sont les **antécédents** de 8.

b) La plus grande valeur du tableau est 9, atteinte en $x = 2$. Les valeurs croissent puis décroissent, et se répètent de part et d'autre de 2 :

$$f(1) = f(3) = 8 \quad f(0) = f(4) = 5$$

Le maximum semble valoir 9, en $x = 2$. Prudence : le tableau ne donne que cinq points, le maximum réel pourrait être atteint entre deux d'entre eux.

Réponse. a) $f(2) = 9$; antécédents de 8 : 1 et 3 · b) maximum 9 en $x = 2$.

Correction de l'exercice 2 - Coefficient directeur

a) Le coefficient directeur est le quotient de la variation des ordonnées par celle des abscisses :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{17 - 5}{6 - 2} = \frac{12}{4} = 3$$

b) L'équation est de la forme $y = 3x + b$. Le point A est sur la droite : $5 = 3 \times 2 + b$, donc $b = -1$ et $y = 3x - 1$.

Vérification avec B : $3 \times 6 - 1 = 17$. Quand x augmente de 1, y augmente de 3.

Réponse. a) $a = 3$ · b) $y = 3x - 1$.

Correction de l'exercice 3 - Résoudre graphiquement

On cherche les valeurs de x pour lesquelles $f(x) = 7$ dans le tableau : on trouve $x = 1$ et $x = 4$. L'équation semble avoir **deux solutions**.

La fonction décroît de 12 à 4, puis croît de 4 à 12 ; son minimum est atteint entre $x = 2$ et $x = 3$. Les valeurs sont symétriques par rapport à $x = 2,5$, et les deux solutions aussi :

$$\frac{1 + 4}{2} = 2,5$$

Réserve : le tableau ne donne que des valeurs entières de x ; une courbe permettrait de confirmer qu'il n'y a pas d'autre solution.

Réponse. Deux solutions : $x = 1$ et $x = 4$.

Correction de l'exercice 4 - Une lecture de consommation

a) La consommation annuelle est la somme des quatre trimestres :

$4\,200 + 3\,600 + 2\,900 + 4\,500 = 15\,200$ kWh, soit en moyenne $\frac{15\,200}{4} = 3\,800$ kWh par trimestre.

b) Le taux d'évolution du trimestre 3 au trimestre 4 vaut

$$t = \frac{4\,500 - 2\,900}{2\,900} = \frac{1\,600}{2\,900} \approx 0,552$$

soit une hausse d'environ 55,2 %, sans doute liée au chauffage. À 0,18 € le kWh, la consommation annuelle coûte $15\,200 \times 0,18 = 2\,736$ €.

Réponse. a) 15 200 kWh, soit 3 800 par trimestre · b) environ +55,2 %.

Correction de l'exercice 5 - Une droite de coût

a) Le coefficient directeur 4 est le coût d'une pièce supplémentaire : c'est le **coût variable unitaire**, 4 € par pièce. L'ordonnée à l'origine 800 est le coût quand on ne produit rien : ce sont les **charges fixes**, 800 €.

b) Pour 350 pièces :

$$C(350) = 4 \times 350 + 800 = 1\,400 + 800 = 2\,200 \text{ €}$$

et le coût unitaire vaut $\frac{2\,200}{350} \approx 6,29$ €. Il dépasse 4 € car les charges fixes se répartissent sur les pièces ; pour 1 000 pièces, il ne vaudrait plus que 4,80 €.

Réponse. a) 4 € par pièce et 800 € de charges fixes · b) 2 200 €, soit environ 6,29 € l'unité.

Correction de l'exercice 6 - Un seuil de rentabilité

L'entreprise est rentable lorsque la recette, $R(x) = 9x$, couvre le coût :

$$9x \geq 4x + 800 \Leftrightarrow 5x \geq 800 \Leftrightarrow x \geq 160$$

Le seuil de rentabilité est de 160 **pièces**. **Vérification** : $R(160) = 1\,440$ € et $C(160) = 640 + 800 = 1\,440$ €.

On peut le lire directement : chaque pièce rapporte une marge de $9 - 4 = 5$ €, et il faut $\frac{800}{5} = 160$ pièces pour couvrir les charges fixes. Pour 300 pièces, le bénéfice vaut $5 \times 300 - 800 = 700$ €.

Réponse. À partir de 160 pièces.

Correction de l'exercice 7 - Deux offres à comparer

Pour x unités, l'offre A coûte $C_A(x) = 0,15x + 30$ et l'offre B coûte $C_B(x) = 0,25x$. L'offre A est la plus avantageuse lorsque

$$0,15x + 30 \leq 0,25x \Leftrightarrow 30 \leq 0,1x \Leftrightarrow x \geq 300$$

L'offre A devient avantageuse à partir de 300 **unités**. **Vérification** : à 300 unités, les deux offres coûtent 75 €. Pour 500 unités, A coûte 105 € contre 125 € ; pour 100 unités, A coûte 45 € contre 25 € : B est alors meilleure.

Réponse. À partir de 300 unités.

Correction de l'exercice 8 - Remonter par plusieurs étapes

La remise puis la TVA multiplient le prix catalogue par 0,85 puis par 1,2, soit au total par

$$0,85 \times 1,2 = 1,02$$

Pour retrouver le prix catalogue, on divise le prix facturé par ce coefficient : $\frac{204}{1,02} = 200$ € hors taxes.

Vérification étape par étape : $200 \times 0,85 = 170$ €, puis $170 \times 1,2 = 204$ €. Le prix TTC dépasse légèrement le prix catalogue, car la TVA de 20 % l'emporte sur la remise de 15 %.

Réponse. 200 € hors taxes.

Correction de l'exercice 9 - Deux probabilités

a) Aucune pièce ne cumule les deux défauts : les pièces hors cote et les pièces mal peintes forment deux groupes distincts, et l'on peut additionner leurs effectifs, $24 + 16 = 40$ pièces défectueuses. Chaque pièce ayant la même chance d'être tirée :

$$P(D) = \frac{40}{400} = 0,1$$

b) L'événement « conforme » est le contraire de « défectueuse » : $P = 1 - 0,1 = 0,9$.

Contrôle : $\frac{360}{400} = 0,9$.

Si certaines pièces cumulaient les deux défauts, il faudrait les retirer une fois du compte : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Réponse. a) 0,1 · b) 0,9.

Correction de l'exercice 10 - Une moyenne pondérée

On ne peut pas faire la moyenne simple des trois taux : les lots n'ont pas la même taille. On compte les rebuts de chaque lot, puis on les rapporte au total des pièces.

- Premier lot : $0,02 \times 500 = 10$ rebuts.
- Deuxième lot : $0,04 \times 300 = 12$ rebuts.
- Troisième lot : $0,06 \times 200 = 12$ rebuts.

$$\frac{10 + 12 + 12}{500 + 300 + 200} = \frac{34}{1\,000} = 3,4\%$$

Le taux global vaut 3,4 %, moins que la moyenne simple de 4 %, car le plus gros lot a le meilleur taux : on pondère toujours par les effectifs.

Réponse. 3,4 % (et non 4 %).

Correction de l'exercice 11 - Estimer avant de calculer

a) On arrondit : $48 \approx 50$ kWh, $0,19 \approx 0,2$ € et $21 \approx 20$ jours. Le coût journalier vaut environ $50 \times 0,2 = 10$ €, et le coût mensuel environ $10 \times 20 = 200$ €.

b) La consommation mensuelle vaut $48 \times 21 = 1\,008$ kWh, et le coût

$$1\,008 \times 0,19 = 1\,008 \times 0,2 - 1\,008 \times 0,01 = 201,60 - 10,08 = 191,52 \text{ €}$$

L'estimation s'écarte d'environ 4 % : elle était fiable. Sur un an, cela représente environ 2 298 €.

Réponse. a) environ 200 € · b) 191,52 €.

Correction de l'exercice 12 - Une répartition à compléter

a) Les matières représentent 45 % de 48 000 €, soit $19\,200 + 2\,400 = 21\,600$ €. La main-d'œuvre représente 30 %, soit 14 400 €. L'énergie représente le reste, $100 - 45 - 30 = 25$ %, soit 12 000 €. **Contrôle** : $21\,600 + 14\,400 + 12\,000 = 48\,000$ €.

b) Le poste énergie passe à $12\,000 \times 1,12 = 13\,440$ €, soit 1 440 € de plus. Le budget total devient 49 440 €, en hausse de

$$\frac{1\,440}{48\,000} = 0,03 = 3\%$$

Une hausse de 12 % sur un poste qui pèse un quart du budget fait monter le total de $0,25 \times 12 = 3$ %.

Réponse. a) 21 600 €, 14 400 € et 12 000 € · b) 49 440 €, soit +3 %.

Correction de l'exercice 13 - Un taux caché

a) Le gain de productivité est le taux d'évolution de la cadence :

$$t = \frac{1\,400 - 1\,250}{1\,250} = \frac{150}{1\,250} = 0,12 = +12\%$$

b) Avant le réglage, il fallait $\frac{10\,000}{1\,250} = 8$ h. Après, il faut $\frac{10\,000}{1\,400} \approx 7,14$ h, soit environ 7 h 9 min : on gagne environ 51 min.

La durée est multipliée par $\frac{1}{1,12} \approx 0,893$, soit une baisse d'environ 10,7 % seulement : +12 % de cadence ne fait pas -12 % de temps.

Réponse. a) +12 % · b) environ 7 h 9 min contre 8 h, soit 51 min gagnées.

Correction de l'exercice 14 - Deux unités à réconcilier

a) Chaque jour, le moteur consomme $4,5 \times 6 = 27$ kWh. Sur l'année :

$$27 \times 250 = 6\,750 \text{ kWh} = 6,75 \text{ MWh}$$

b) Le coût annuel vaut $6\,750 \times 0,17 = 675 + 472,50 = 1\,147,50$ €.

Contrôle : le coût journalier vaut $\frac{1\,147,50}{250} = 4,59$ €, et l'on retrouve bien

$27 \times 0,17 = 4,59$ €. L'ordre de grandeur estimé, $7\,000 \times 0,17 \approx 1\,200$ €, est cohérent.

Réponse. a) 6 750 kWh, soit 6,75 MWh · b) 1 147,50 €.

Correction de l'exercice 15 - Repérer l'erreur d'un calcul

On calcule les deux étapes avec 2 000 pièces. Après la baisse de 30 %, la production vaut $2\,000 \times 0,7 = 1\,400$ pièces ; après la hausse de 30 %, elle vaut $1\,400 \times 1,3 = 1\,820$ pièces, et non 2 000.

Le coefficient global vaut $0,7 \times 1,3 = 0,91$, soit une baisse de 9 %. La hausse s'applique à une production réduite, elle ne compense donc pas la baisse. Pour revenir à 2 000 pièces, il faudrait multiplier par

$$\frac{1}{0,9} \approx 1,111$$

c'est-à-dire augmenter d'environ 11,1 %. En général, $(1 - t)(1 + t) = 1 - t^2 < 1$.

Réponse. Faux : la production tombe à 1 820 pièces, soit -9 % ; il faudrait +11,1 % pour revenir à 2 000.

Correction de l'exercice 16 - Synthèse : un bilan d'atelier complet

a) En 2025, les rebuts représentent $0,03 \times 18\,000 = 540$ pièces ; il y a donc $18\,000 - 540 = 17\,460$ pièces conformes.

b) En 2026, la production vaut $18\,000 \times 1,15 = 20\,700$ pièces. Les rebuts valent $0,024 \times 20\,700 = 496,8$, soit environ 497 pièces, et les pièces conformes 20 203,2.

c) Le nombre de rebuts évolue de

$$\frac{496,8 - 540}{540} = \frac{-43,2}{540} = -0,08$$

soit -8 %, malgré 15 % de production en plus. **Contrôle** par les coefficients :

$$1,15 \times \frac{2,4}{3} = 1,15 \times 0,8 = 0,92.$$

d) En 2025, le résultat vaut $17\,460 \times 3,50 - 540 \times 7,20 = 61\,110 - 3\,888 = 57\,222$ €. En 2026, il vaut $20\,203,2 \times 3,50 - 496,8 \times 7,20 = 70\,711,20 - 3\,576,96 \approx 67\,134$ €. Il progresse d'environ 9 912 €, soit +17,3 % : plus que la production (+15 %), grâce à la baisse du taux de rebut.

Réponse. a) 17 460 conformes · b) 20 700 pièces et environ 497 rebuts · c) -8 % de rebuts · d) 57 222 € contre 67 134 €, soit environ +17,3 %.