

Plaquette 4 – Puissances de dix, unités et ordres de grandeur

Automatismes — Terminale STI2D

Corrections détaillées

Boîte à outils

Règles sur les puissances.

$$10^m \times 10^n = 10^{m+n} \quad \frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n} \quad 10^{-n} = \frac{1}{10^n} \quad (10^m)^n = 10^{mn}$$

Écriture scientifique : $a \times 10^n$ avec $1 \leq |a| < 10$.

Les préfixes.

Préfixe	G	M	k	—	m	μ	n
Facteur	10^9	10^6	10^3	1	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}

Conversions usuelles.

- Longueurs : 1 m = 100 cm = 1 000 mm.
- Aires : un facteur 100 entre cm² et... non, 1 m² = 10 000 cm², le facteur est **au carré**.
- Volumes : 1 m³ = 1 000 L, 1 L = 1 dm³ = 1 000 cm³.
- Temps : 1 h = 3 600 s.
- Énergie : 1 kWh = 3,6 × 10⁶ J.

Vérifier un ordre de grandeur. On remplace chaque nombre par sa puissance de dix la plus proche, puis on calcule de tête. Un résultat qui s'écarte d'un facteur 10 signale une erreur.

⚠ Pour les aires et les volumes, le facteur de conversion est **élevé au carré ou au cube** : c'est l'erreur la plus fréquente du chapitre.

Correction de l'exercice 1 – Écriture scientifique

En écriture scientifique, on écrit un nombre sous la forme $a \times 10^n$ avec $1 \leq a < 10$.

- 45 800 : on déplace la virgule de quatre rangs vers la gauche, donc $45\,800 = 4,58 \times 10^4$.
- 0,00037 : on déplace la virgule de quatre rangs vers la droite, l'exposant est négatif : $3,7 \times 10^{-4}$.
- 126×10^4 : 126 n'est pas entre 1 et 10. On écrit $126 = 1,26 \times 10^2$, puis on additionne les exposants :

$$126 \times 10^4 = 1,26 \times 10^{2+4} = 1,26 \times 10^6$$

Réponse. $4,58 \times 10^4$; $3,7 \times 10^{-4}$; $1,26 \times 10^6$.

Correction de l'exercice 2 – Produits de puissances

On regroupe les nombres d'un côté et les puissances de 10 de l'autre.

- Produit : $3 \times 4 = 12$ et $10^5 \times 10^{-2} = 10^3$, soit 12×10^3 . En écriture scientifique, $12 = 1,2 \times 10$, d'où $1,2 \times 10^4$.
- Quotient :

$$\frac{8 \times 10^7}{2 \times 10^3} = \frac{8}{2} \times 10^{7-3} = 4 \times 10^4$$

Contrôle : $\frac{80\,000\,000}{2\,000} = 40\,000$. Réponses : $1,2 \times 10^4$ et 4×10^4 .

Réponse. $1,2 \times 10^4$ et 4×10^4 .

Correction de l'exercice 3 - Des préfixes

Chaque préfixe correspond à une puissance de 10 : méga = 10^6 , micro = 10^{-6} , milli = 10^{-3} .

— $2,5 \text{ MW} = 2,5 \times 10^6 \text{ W} = 2\,500\,000 \text{ W}$.

— $470 \text{ }\mu\text{F} = 470 \times 10^{-6} \text{ F} = 4,7 \times 10^{-4} \text{ F}$.

— $3\,200 \text{ mm} = 3\,200 \times 10^{-3} \text{ m} = 3,2 \text{ m}$.

$$470 \times 10^{-6} = 4,7 \times 10^2 \times 10^{-6} = 4,7 \times 10^{-4}$$

Contrôle de bon sens : 3 200 mm, c'est un peu plus de trois mètres ; passer à une unité plus grande fait diminuer la valeur numérique.

Réponse. $2,5 \times 10^6 \text{ W}$; $4,7 \times 10^{-4} \text{ F}$; 3,2 m.

Correction de l'exercice 4 - Aires et volumes

Aires. Comme $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$, un carré de 1 m de côté mesure $100 \times 100 \text{ cm}$:

$$1 \text{ m}^2 = 100^2 \text{ cm}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$$

donc $2,5 \text{ m}^2 = 2,5 \times 10\,000 = 25\,000 \text{ cm}^2$. Multiplier par 100 seulement serait l'erreur classique.

Volumes. $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ L}$ (car $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$), donc $0,75 \text{ m}^3 = 750 \text{ L}$. **Contrôle :** 1 m^3 d'eau pèse une tonne, 750 L pèsent 750 kg.

Réponse. $25\,000 \text{ cm}^2$ et 750 litres.

Correction de l'exercice 5 - Énergie et durée

a) L'énergie consommée est la puissance multipliée par la durée. En exprimant la puissance en kilowatts (1,5 kW) :

$$W = P \times t = 1,5 \times 4 = 6 \text{ kWh}$$

b) $1 \text{ kWh} = 3,6 \times 10^6 \text{ J}$ (mille watts pendant 3 600 s), donc
 $6 \times 3,6 \times 10^6 = 21,6 \times 10^6 = 2,16 \times 10^7 \text{ J}$.

Contrôle par le calcul direct : 1 500 W pendant $4 \times 3\,600 = 14\,400 \text{ s}$ donnent 21 600 000 J. À 0,18 € le kWh, cela coûte 1,08 €.

Réponse. a) 6 kWh · b) $2,16 \times 10^7 \text{ J}$.

Correction de l'exercice 6 - Un ordre de grandeur

Estimation. On arrondit chaque nombre à une valeur commode : $4\,120 \approx 4\,000$, $0,048 \approx 0,05$ et $197 \approx 200$.

$$\frac{4\,000 \times 0,05}{200} = \frac{200}{200} = 1$$

Le résultat doit être proche de 1.

Valeur exacte. $4\,120 \times 0,048 = 197,76$, puis $\frac{197,76}{197} \approx 1,004$, à moins de 1 % de l'estimation. Estimer avant de calculer permet de repérer immédiatement un résultat comme 10 ou 0,1, signe d'une erreur de saisie.

Réponse. Environ 1, exactement 1,004.

Correction de l'exercice 7 - Détecter une erreur

On estime le calcul de tête. 0,25, c'est un quart : $8\,400 \times 0,25 = 2\,100$. Puis

$$\frac{2\,100}{3} = 700$$

L'affichage, 7 000, est dix fois trop grand : le résultat n'est **pas** plausible. La cause probable est une virgule mal placée : on obtient bien $\frac{8\,400 \times 2,5}{3} = 7\,000$ en tapant 2,5 au lieu de 0,25. Le calcul de tête a détecté l'erreur en quelques secondes.

Réponse. Non : le calcul donne 700, la calculatrice a reçu 2,5 au lieu de 0,25.

Correction de l'exercice 8 - Comparer des grandeurs

Pour comparer des nombres en écriture scientifique, on compare d'abord les **exposants** : plus l'exposant est grand, plus le nombre est grand. À exposant égal, on compare les nombres devant.

- Exposant -4 : $4,5 \times 10^{-4}$ et 9×10^{-4} , avec $4,5 < 9$.
- Exposant -3 : $3,2 \times 10^{-3}$.
- Exposant -2 : $2,8 \times 10^{-2}$.

$$4,5 \times 10^{-4} < 9 \times 10^{-4} < 3,2 \times 10^{-3} < 2,8 \times 10^{-2}$$

Contrôle en écriture décimale : 0,00045 ; 0,0009 ; 0,0032 ; 0,028. Croire que $9 \times 10^{-4} > 3,2 \times 10^{-3}$ parce que $9 > 3,2$ est le piège classique.

Réponse. $4,5 \times 10^{-4} < 9 \times 10^{-4} < 3,2 \times 10^{-3} < 2,8 \times 10^{-2}$.

Correction de l'exercice 9 - Un débit à convertir

a) En une heure, il y a 60 minutes : la pompe débite $45 \times 60 = 2\,700$ L/h. Comme $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ L}$, cela fait $2,7 \text{ m}^3/\text{h}$.

b) La durée est le volume divisé par le débit :

$$t = \frac{12}{2,7} \approx 4,44 \text{ h}$$

et $0,44 \times 60 \approx 27 \text{ min}$: il faut environ **4 h 27 min**. **Contrôle** en litres : $\frac{12\,000}{45} \approx 266,7$ min, soit 4 h 27 min.

Réponse. a) $2,7 \text{ m}^3/\text{h}$ · b) environ 4 h 27 min.

Correction de l'exercice 10 - Une masse volumique

On convertit d'abord l'épaisseur dans la même unité que les autres longueurs : $8 \text{ mm} = 0,008 \text{ m}$. Le volume de la plaque vaut

$$V = 2 \times 1,5 \times 0,008 = 0,024 \text{ m}^3$$

La masse est la masse volumique multipliée par le volume : $7\,850 \times 0,024 = 188,4 \text{ kg}$.

Contrôle d'ordre de grandeur : $8\,000 \times 0,025 = 200 \text{ kg}$. Garder l'épaisseur en millimètres donnerait 188 tonnes, résultat manifestement absurde.

Réponse. Environ 188,4 kg.

Correction de l'exercice 11 - Un rendement

a) On exprime les deux puissances dans la même unité : $3,2 \text{ kW} = 3\,200 \text{ W}$. Le rendement est la puissance utile divisée par la puissance absorbée :

$$\eta = \frac{2\,720}{3\,200} = \frac{17}{20} = 0,85 = 85 \%$$

b) La puissance perdue est la différence : $3\,200 - 2\,720 = 480 \text{ W}$, soit bien 15 % de 3 200 W.

Cette puissance est dissipée en chaleur. Sur 8 h, elle représente 3,84 kWh, soit environ 0,69 € par jour à 0,18 € le kWh.

Réponse. a) 85 % · b) 480 W perdus.

Correction de l'exercice 12 - Une tolérance

a) La tolérance $\pm 0,15 \text{ mm}$ autorise un écart de 0,15 mm de part et d'autre de la cote nominale :

$$[42 - 0,15; 42 + 0,15] = [41,85; 42,15]$$

b) $41,85 \leq 41,9 \leq 42,15$: la cote 41,9 est conforme. $42,16 > 42,15$: la cote 42,16 est **non conforme**. 42,15 est exactement la borne, incluse dans l'intervalle : elle est conforme.

L'intervalle a une largeur de 0,3 mm, soit une tolérance relative d'environ $\frac{0,15}{42} \approx 0,36 \%$.

Réponse. a) $[41,85; 42,15]$ · b) conformes sauf 42,16.

Correction de l'exercice 13 - Lire un graphique

a) On additionne les cinq relevés : $320 + 290 = 610$, puis 870, 1 110 et enfin 1 325 kWh.

b) La moyenne mensuelle vaut $\frac{1\,325}{5} = 265 \text{ kWh}$. Le taux d'évolution compare le mois 5 au mois 1 :

$$t = \frac{215 - 320}{320} = \frac{-105}{320} \approx -0,328$$

La consommation a baissé d'environ 32,8 % en quatre mois. **Contrôle** : la moyenne 265 est bien comprise entre 215 et 320. Le taux moyen mensuel vaut $0,672^{\frac{1}{4}} \approx 0,906$, soit environ -9,4 % par mois.

Réponse. a) 1 325 kWh · b) 265 kWh par mois, soit environ -32,8 % du mois 1 au mois 5.

Correction de l'exercice 14 - Probabilité simple

a) La pièce est prélevée au hasard : chaque pièce a la même probabilité d'être choisie. La probabilité est le nombre de cas favorables divisé par le nombre de cas possibles :

$$P(A) = \frac{18}{250} = 0,072$$

soit 7,2 %.

b) « Conforme » est l'événement contraire de « défectueuse », donc

$P(\bar{A}) = 1 - 0,072 = 0,928$. **Contrôle direct** : il y a $250 - 18 = 232$ pièces conformes, et $\frac{232}{250} = 0,928$.

Réponse. a) 0,072 · b) 0,928.

Correction de l'exercice 15 - Une estimation rapide

Estimation. On arrondit : $38 \approx 40$ L par jour et $22 \approx 20$ jours par mois. Sur 11 mois, cela fait $11 \times 20 = 220$ jours, et

$$40 \times 220 = 8\,800 \text{ L}$$

soit environ 9 m^3 .

Valeur exacte. $11 \times 22 = 242$ jours ouvrés, et $38 \times 242 = 9\,196$ L. L'estimation s'écarte d'environ 4 % : elle suffit largement pour dimensionner une cuve, par exemple de 10 m^3 avec une marge.

Réponse. Environ 8 800 L estimés, 9 196 L exactement.

Correction de l'exercice 16 - Synthèse : une installation photovoltaïque

a) La production brute vaut $9 \times 1\,100 = 9\,900$ kWh par an, soit 9,9 MWh (1 MWh = 1 000 kWh).

b) L'onduleur ne transmet que 96 % de l'énergie : $9\,900 \times 0,96 = 9\,900 - 396 = 9\,504$ kWh sont injectés.

c) La recette annuelle vaut $9\,504 \times 0,13 = 950,40 + 285,12 = 1\,235,52$ €. L'installation est amortie au bout de $\frac{16\,200}{1\,235,52} \approx 13,1$ ans, bien avant la fin de vie habituelle des panneaux (environ 25 ans) : l'investissement est rentable.

d) Avec $1 \text{ kWh} = 3,6 \times 10^6 \text{ J}$:

$$9\,504 \times 3,6 \times 10^6 = 34\,214,4 \times 10^6 \approx 3,42 \times 10^{10} \text{ J}$$

soit environ 34 gigajoules. **Contrôle d'ordre de grandeur** : $10^4 \times 3,6 \times 10^6 = 3,6 \times 10^{10}$.

Réponse. a) 9 900 kWh, soit 9,9 MWh · b) 9 504 kWh · c) environ 1 235,52 € par an, amortie en 13,1 ans · d) environ $3,42 \times 10^{10}$ J.