

Plaquette 5 - Applications : énergie, charge, volumes et signaux

Calcul intégral — Terminale STI2D

Exercices

Méthode

En sciences de l'ingénieur, l'intégrale répond toujours à la même question : **une grandeur varie, quel est son cumul ?** Une vitesse s'intègre en distance, un débit en volume, une puissance en énergie, une intensité en charge. La valeur moyenne, elle, donne la grandeur constante qui produirait le même cumul — c'est la puissance moyenne, le débit moyen, la vitesse moyenne.

Exercice 1 - D'une vitesse à une distance

Un mobile a pour vitesse $v(t) = 3t^2$ (en m/s, t en secondes).

- Calculer la distance parcourue entre $t = 0$ et $t = 4$.
- En déduire sa vitesse moyenne sur cet intervalle.

Exercice 2 - D'un débit à un volume

Une pompe a un débit $D(t) = 20 - 1,5t$ (en L/min, t en minutes), utilisée de $t = 0$ à $t = 8$.

- Vérifier que le débit reste positif sur cet intervalle.
- Calculer le volume pompé.

Exercice 3 - Une puissance par paliers

Un four consomme 1 500 W pendant les 2 premières heures (montée en température), puis 900 W pendant les 4 heures suivantes.

Calculer l'énergie consommée, en kW·h.

Exercice 4 - Charge électrique

Un condensateur se décharge avec une intensité $i(t) = 2 - 0,4t$ (en ampères, t en secondes), de $t = 0$ à $t = 5$.

Calculer la charge écoulée.

Exercice 5 - Travail d'une force variable

Un ressort oppose une force $F(x) = 200 + 50x$ (en newtons, x en mètres) lors d'un déplacement de $x = 0$ à $x = 3$ m.

Calculer le travail de cette force.

Exercice 6 - Chaleur dégagée par un composant

Un composant dissipe une puissance $p(t) = 800 e^{-0,1t}$ (en watts, t en secondes).

Calculer l'énergie dissipée entre $t = 0$ et $t = 20$ s, arrondie au joule.

Exercice 7 - Consommation d'un moteur

La consommation instantanée d'un moteur est $c(t) = 6 - 0,2t$ (en L/h, t en heures), sur une mission de 10 heures.

- Calculer le volume de carburant consommé.
- Calculer la consommation moyenne.

Exercice 8 - Un réservoir qui fuit

Un réservoir reçoit un débit constant de 30 L/min, mais une fuite évacue $2t$ L/min à l'instant t (en minutes).

- Exprimer le débit net, et vérifier qu'il reste positif sur $[0 ; 10]$.
- Calculer le volume accumulé au bout de 10 minutes.
- À quel instant le réservoir cesse-t-il de se remplir ?

Exercice 9 - Un signal triangulaire

Une tension a l'allure suivante sur une période : $u(t) = 12t$ pour $t \in [0 ; 0,5]$ et $u(t) = 12(1 - t)$ pour $t \in [0,5 ; 1]$ (en volts, t en secondes).

Calculer la valeur moyenne de u sur une période.

Exercice 10 - Un signal en dents de scie

Une tension en dents de scie vaut $u(t) = 10t$ (en volts) sur chaque période $[0 ; 1]$ (en secondes), puis retombe brutalement à 0.

Calculer sa valeur moyenne, et la comparer à sa valeur maximale.

Exercice 11 - Production photovoltaïque d'une journée

La puissance produite par une installation est modélisée par $p(t) = 4 \sin\left(\frac{\pi t}{12}\right)$ (en kW), où t est le nombre d'heures écoulées depuis le lever du soleil, pour $t \in [0 ; 12]$.

- Calculer l'énergie produite dans la journée, arrondie au centième de kW·h.
- En déduire la puissance moyenne.

Exercice 12 - Masse d'une tige non homogène

Une tige de 3 m a une masse linéique $\lambda(x) = 0,4 + 0,1x$ (en kg/m, x en mètres depuis une extrémité).

Calculer sa masse totale.

Exercice 13 - Exposition cumulée

La concentration d'un produit dans l'air décroît selon $c(t) = 5 e^{-0,2t}$ (en mg/m³, t en heures) après un incident.

- Calculer l'exposition cumulée sur les 10 premières heures, arrondie au centième.
- La norme fixe une exposition cumulée maximale de 25 mg·h/m³ sur une journée. Est-elle respectée ?

Exercice 14 - Deux phases de freinage

Un véhicule a pour vitesse $v(t) = 20$ m/s pour $t \in [0 ; 3]$, puis $v(t) = 20 - 4(t - 3)$ pour $t \in [3 ; 8]$ (freinage).

- Vérifier que le véhicule s'arrête à $t = 8$ s.
- Calculer la distance totale parcourue.
- Calculer la vitesse moyenne.

Exercice 15 - Comparer deux profils de charge

Deux profils de charge d'une batterie sont proposés sur $[0 ; 4]$ heures.

- **Profil A** : $i(t) = 5$ A constant.
 - **Profil B** : $i(t) = 10 - 2,5t$ A.
- Calculer la charge apportée par chaque profil.
 - Comparer, puis discuter le choix industriel.

Exercice 16 - Synthèse : dimensionner un stockage

Une installation produit une puissance $p(t) = 6 \sin\left(\frac{\pi t}{10}\right)$ kW pour $t \in [0 ; 10]$ (heures de production), et l'atelier consomme 3 kW en continu pendant ces 10 heures.

- Calculer l'énergie produite, arrondie au centième de kW·h.
- Calculer l'énergie consommée, puis l'excédent.
- Déterminer les instants où la production dépasse la consommation.
- Calculer l'énergie qu'il faut pouvoir stocker, c'est-à-dire l'excédent accumulé pendant la phase de surproduction.