

Plaquette 2 – Calcul algébrique : simplifier, factoriser, résoudre

Fonction exponentielle — Terminale STI2D

Exercices

Méthode

Toutes les manipulations reposent sur une seule idée : **l'exponentielle transforme les sommes en produits**. On additionne les exposants pour multiplier, on les soustrait pour diviser, et on les multiplie pour élever à une puissance. Deux conséquences décisives : e^x ne s'annule **jamais**, ce qui autorise à factoriser sans perdre de solution, et $e^a = e^b$ équivaut à $a = b$, ce qui résout toutes les équations du chapitre.

Exercice 1 – Simplifier des produits et des quotients

Écrire chaque expression sous la forme e^k ou e^{ax+b} .

a) $e^3 \times e^{-5}$

b) $\frac{(e^2)^3}{e^4}$

c) $e^x \times e^{2-x}$

Exercice 2 – Une expression à réduire

Écrire $\frac{e^{3x} \times e^2}{e^{x-1}}$ sous la forme e^{ax+b} .

Exercice 3 – Factoriser par une exponentielle

Factoriser les expressions suivantes.

a) $e^{2x} + 3e^x$

b) $e^{3x} - e^x$

Exercice 4 – Simplifier un quotient

Simplifier $\frac{e^{2x} + e^x}{e^x}$.

Exercice 5 – Une équation simple

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $e^{2x} = e^{x+3}$.

Exercice 6 – Une équation du second degré déguisée

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $e^{x^2} = e^{3x-2}$.

Exercice 7 - Une équation par factorisation

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $e^{2x} - e^{x+1} = 0$.

Exercice 8 - Un changement de variable

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $e^{2x} - (e + e^2)e^x + e^3 = 0$.

Exercice 9 - Une inéquation

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $e^{3x-1} \geq 1$.

Exercice 10 - Une inéquation à deux exponentielles

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $e^{-2x} < e^{x+6}$.

Exercice 11 - Étudier un signe

Déterminer le signe de $f(x) = e^x - e^3$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice 12 - Signe d'une expression factorisée

Déterminer le signe de $g(x) = (x - 2)e^x$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice 13 - Deux écritures d'une même fonction

Montrer que pour tout réel x :

$$\frac{e^x}{e^x + 1} = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

Exercice 14 - Le point commun de deux courbes

On note C_f et C_g les courbes des fonctions $f(x) = e^{-x}$ et $g(x) = e^{2x-6}$.

Déterminer les coordonnées exactes de leur point d'intersection.

Exercice 15 - Valeurs exactes et encadrement

- a) Donner les valeurs exactes de e^0 , e^{-1} et $(e^2)^{-1}$.
- b) Sachant que $2,718 < e < 2,719$, encadrer e^2 au centième.

Exercice 16 - Synthèse : une fonction sous deux formes

On pose $f(x) = \frac{e^{2x} - 1}{e^x}$ pour tout réel x .

- a) Montrer que $f(x) = e^x - e^{-x}$.
- b) Calculer $f(0)$ et $f(1)$ (valeur exacte puis arrondie au millième).
- c) Montrer que $f(-x) = -f(x)$ pour tout réel x . Qu'en déduit-on ?
- d) Résoudre $f(x) = 0$, puis déterminer le signe de f sur $\mathbb{R}$.