

Plaquette 3 – Dérivées, tangentes et variations

Fonction exponentielle – Terminale STI2D

Exercices

Méthode

Dériver une exponentielle ne pose aucune difficulté — elle est sa propre dérivée — mais l'exercice consiste presque toujours à la combiner : produit, quotient, ou exposant composé. La clé vient ensuite : on **factorise systématiquement $f(x)$ par l'exponentielle**, qui est toujours positive, et le signe se lit alors sur le facteur restant.

Exercice 1 – Dérivées de base

Calculer la dérivée de chaque fonction.

a) $f(x) = e^{3x}$

b) $g(x) = 2e^{-0,5x}$

c) $h(x) = 5 - e^{4x}$

Exercice 2 – Un exposant non affine

Calculer la dérivée de $f(x) = e^{x^2+1}$.

Exercice 3 – Un produit

Calculer la dérivée de $f(x) = xe^x$ et la factoriser.

Exercice 4 – Un produit avec un facteur affine

Calculer et factoriser la dérivée de $f(x) = (2x + 1)e^x$.

Exercice 5 – Un produit avec une exponentielle décroissante

Calculer et factoriser la dérivée de $f(x) = (x^2 - 3)e^{-x}$.

Exercice 6 – Un quotient

Calculer et factoriser la dérivée de $f(x) = \frac{e^x}{x}$ sur $]0; +\infty[$.

Exercice 7 – Une tangente à l'origine

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de $f(x) = e^{2x}$ au point d'abscisse 0.

Exercice 8 – Une tangente en un autre point

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de $f(x) = xe^x$ au point d'abscisse 1.

Exercice 9 – Un maximum

Soit $f(x) = x e^{-x}$ sur $[0; +\infty[$.

- Calculer et factoriser $f'(x)$.
- Dresser le tableau de variations et donner le maximum.

Exercice 10 – Un minimum

Soit $f(x) = (x - 1) e^x$ sur $\mathbb{R}$.

- Calculer et factoriser $f'(x)$.
- Dresser le tableau de variations.

Exercice 11 – Deux extremums

Soit $f(x) = x^2 e^{-x}$ sur $[0; +\infty[$.

- Calculer et factoriser $f'(x)$.
- Déterminer les extremums.

Exercice 12 – Une inégalité prouvée par les variations

Soit $f(x) = e^x - x$ sur $\mathbb{R}$.

- Étudier les variations de f .
- En déduire que $e^x > x$ pour tout réel x .

Exercice 13 – Une courbe en cloche

Soit $f(x) = e^{-x^2}$ sur $\mathbb{R}$.

- Calculer $f'(x)$.
- Dresser le tableau de variations et donner le maximum.

Exercice 14 – Lire un tableau de signes

La dérivée d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ est $f'(x) = (x + 2)(4 - x) e^x$.

Dresser le tableau de signes de f' et en déduire les variations de f .

Exercice 15 – Vitesse de charge d'un condensateur

La tension aux bornes d'un condensateur est $u(t) = 12(1 - e^{-2t})$ (en volts, t en secondes).

- Calculer $u'(t)$ et en déduire le sens de variation de u .
- Calculer la vitesse de montée à $t = 0$ et à $t = 1$ s.

Exercice 16 – Synthèse : étude complète

Soit $f(x) = (2 - x) e^x$ définie sur $\mathbb{R}$.

- Calculer $f(0)$ et $f(2)$.

b) Calculer et factoriser $f'(x)$.

c) Dresser le tableau de variations, en admettant que $f(x)$ tend vers 0 en $-\infty$ et vers $-\infty$ en $+\infty$.

d) Déterminer l'équation de la tangente en $x = 0$, puis résoudre $f(x) = 0$ et donner le signe de f .