

Plaquette 1 – Exponentielle de base e : calculs, dérivées, modèles

Fonction exponentielle — Terminale STI2D

Exercices

Méthode

On travaille la fonction $x \mapsto e^x$: propriétés algébriques, dérivée (elle est sa propre dérivée), dérivée de e^{kx} , variations, équations et inéquations, puis modélisation des régimes transitoires (charge d'un condensateur, refroidissement) — l'usage central en STI2D.

Exercice 1 – Simplifier des expressions

Simplifier :

- a) $e^3 \times e^{-5}$
- b) $\frac{e^7}{e^4}$
- c) $(e^2)^3$
- d) $e^x \times e^{-x}$

Exercice 2 – Dérivées d'exponentielles

Calculer la dérivée de :

- a) $f(x) = e^x$
- b) $g(x) = e^{3x}$
- c) $h(x) = 5e^{-2x}$
- d) $k(x) = xe^x$

Exercice 3 – Variations

Soit $f(x) = xe^x$ sur $\mathbb{R}$. Étudier ses variations et donner son minimum.

Exercice 4 – Équations exponentielles

Résoudre : a) $e^x = e^4$ · b) $e^{2x-1} = e^{x+3}$ · c) $e^x = -2$.

Exercice 5 – Inéquation exponentielle

Résoudre $e^{3x-2} \leq e^{x+4}$.

Exercice 6 – Factoriser avec une exponentielle

Résoudre $e^{2x} - 3e^x = 0$.

Exercice 7 – Tangente à la courbe de l'exponentielle

Soit $f(x) = e^x$. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 0, puis au point d'abscisse 1.

Exercice 8 – Charge d'un condensateur

La tension aux bornes d'un condensateur en charge est

$$u(t) = 12 \left(1 - e^{-\frac{t}{0,02}} \right) \quad (\text{volts, } t \text{ en secondes})$$

- Calculer $u(0)$.
- Calculer $u(0,02)$ (arrondi au centième) : quelle fraction de 12 V cela représente-t-il ?
- Vers quelle valeur tend $u(t)$?

Exercice 9 – Décharge d'un condensateur

Lors d'une décharge, $u(t) = 9 e^{-\frac{t}{0,05}}$ (volts, secondes).

- Calculer $u(0)$ et $u(0,1)$ (arrondi au centième).
- Calculer $u'(t)$ et vérifier que u est décroissante.
- Au bout de combien de temps la tension descend-elle sous 1 V (au millième de seconde) ?

Exercice 10 – Primitive d'une exponentielle

Déterminer une primitive de :

- $f(t) = e^t$
- $g(t) = e^{4t}$
- $h(t) = 6 e^{-3t}$

Exercice 11 – Intégrale d'une exponentielle

Calculer $\int_0^1 e^{2t} dt$ (valeur exacte puis arrondie au millième).

Exercice 12 – Croissances comparées

Compléter le tableau et commenter la comparaison entre x^2 et e^x (valeurs arrondies à l'unité).

x	1	3	5	10
x^2	?	?	?	?
e^x	?	?	?	?

Exercice 13 – Un refroidissement

La température d'une pièce, en °C, est modélisée par $f(t) = 20 + 60 e^{-0,1t}$, où t est le temps en minutes.

- a) Calculer la température initiale et la température au bout de 10 minutes (au dixième).
- b) Calculer $f(t)$ et en déduire le sens de variation de f .
- c) Vers quelle température la pièce se stabilise-t-elle ?

Exercice 14 – Une inéquation avec le logarithme

Une grandeur vaut $A(t) = A_0 e^{-0,5t}$, t en heures.

Au bout de combien de temps est-elle devenue inférieure à 10 % de sa valeur initiale ? (Valeur exacte, puis arrondie au centième.)

Exercice 15 – Synthèse : étude d'un régime transitoire

Un courant s'établit selon $i(t) = 2(1 - e^{-50t})$ (ampères, secondes).

- a) Calculer $i(0)$ et la constante de temps τ .
- b) Calculer $i'(t)$ et en déduire le sens de variation.
- c) Calculer $i(0,02)$ et $i(0,1)$ (arrondis au centième), puis la valeur limite.