

Plaquette 5 - Régimes transitoires :
charge, refroidissement, décroissance
Fonction exponentielle — Terminale STI2D
Exercices

Méthode

Deux formes reviennent partout : la **décroissance** $f(t) = A e^{-kt}$ (décharge, refroidissement, radioactivité, élimination d'un médicament) et la **saturation** $f(t) = L(1 - e^{-kt})$ (charge, montée en vitesse, remplissage). Dans les deux cas, trois questions suffisent : quelle est la **valeur limite**, quelle est la **constante de temps**, et où en est-on après τ , 3τ , 5τ ?

Exercice 1 - Charge d'un condensateur

La tension aux bornes d'un condensateur en charge est $u(t) = 12(1 - e^{-2t})$ (en volts, t en secondes).

- Calculer $u(0)$ et la limite de u en $+\infty$.
- Identifier la constante de temps τ , puis calculer $u(\tau)$ et $u(5\tau)$, arrondis au centième.

Exercice 2 - Décharge d'un condensateur

Un condensateur chargé sous 24 V se décharge selon $u(t) = 24 e^{-1,25t}$ (en volts, t en secondes).

- Déterminer la constante de temps.
- Calculer $u(\tau)$ et $u(4)$, arrondis au centième.
- La tension s'annule-t-elle ?

Exercice 3 - Refroidissement d'une pièce

Une pièce sortie d'un four refroidit selon $\theta(t) = 20 + 60 e^{-0,05t}$ (en °C, t en minutes).

- Calculer la température initiale et la température limite.
- Calculer $\theta(10)$ et $\theta(30)$, arrondies au dixième.

Exercice 4 - Vitesse de refroidissement

On reprend $\theta(t) = 20 + 60 e^{-0,05t}$.

- Calculer $\theta'(t)$.
- Calculer la vitesse de refroidissement à $t = 0$ et à $t = 30$ min, puis commenter.

Exercice 5 - Décroissance radioactive

Un échantillon contient initialement 1 000 noyaux d'un isotope. Leur nombre suit $N(t) = 1\,000 e^{-0,05t}$ (t en années).

- Calculer $N(10)$ et $N(20)$, arrondis à l'unité.

b) Vérifier que $N(20) = \frac{N(10)^2}{1000}$ et expliquer.

Exercice 6 - Demi-vie

La demi-vie d'un isotope est de 8 jours : tous les 8 jours, la quantité présente est divisée par 2. Un échantillon en contient 64 mg.

- Quelle masse reste-t-il après 8, 16 et 24 jours ?
- Après combien de jours reste-t-il moins de 1 mg ?

Exercice 7 - Élimination d'un médicament

La masse de principe actif dans le sang suit $c(t) = 80 e^{-0,15t}$ (en mg, t en heures).

- Calculer $c(4)$ et $c(10)$, arrondis au centième.
- Le seuil d'efficacité est de 20 mg. En s'aidant d'un tableau, déterminer au bout de combien d'heures il faut reprendre une dose.

Exercice 8 - Une population qui sature

Le nombre d'abonnés d'un service suit $P(t) = 800 - 500 e^{-0,2t}$ (en milliers, t en mois).

- Calculer $P(0)$ et la limite en $+\infty$.
- Calculer $P(5)$ et $P(20)$, arrondis au centième.
- Quel pourcentage du potentiel est atteint après 20 mois ?

Exercice 9 - Comparer deux constantes de temps

Deux circuits se chargent selon $u_1(t) = 9\left(1 - e^{-\frac{t}{2}}\right)$ et $u_2(t) = 9\left(1 - e^{-\frac{t}{5}}\right)$ (en volts, t en secondes).

- Donner la tension finale de chacun.
- Au bout de combien de temps chacun atteint-il 95 % de sa tension finale ?
- Lequel est le plus rapide, et de quel facteur ?

Exercice 10 - Retrouver un modèle

Un capteur mesure une grandeur qui décroît vers une valeur d'équilibre. On relève :

t (s)	0	2	4	6
$f(t)$	50,0	35,5	27,4	22,9

On sait que le modèle est de la forme $f(t) = A + B e^{-0,4t}$.

Déterminer A et B , sachant que la valeur d'équilibre est 20.

Exercice 11 - Amortissement d'une vibration

L'amplitude des vibrations d'une machine après arrêt suit $a(t) = 12 e^{-0,8t}$ (en mm, t en secondes).

- a) Calculer $a(1)$, $a(2)$ et $a(5)$, arrondis au centième.
- b) Le seuil acceptable pour intervenir est de 0,5 mm. Est-il atteint avant 4 secondes ?

Exercice 12 – Deux modèles, même valeur initiale

Deux procédés de séchage réduisent l'humidité d'un matériau selon $h_1(t) = 40 e^{-0,3t}$ et $h_2(t) = 5 + 35 e^{-0,5t}$ (en %, t en heures).

- a) Vérifier que les deux procédés partent de la même humidité.
- b) Déterminer l'humidité finale de chacun.
- c) Lequel choisir pour atteindre 8 % d'humidité ?

Exercice 13 – Lecture d'un tableau de mesures

Une tension de décharge a été relevée.

t (ms)	0	10	20	30	40
u (V)	15,00	9,10	5,52	3,35	2,03

- a) Calculer le rapport entre deux mesures consécutives. Que constate-t-on ?
- b) Ce comportement est-il compatible avec un modèle exponentiel ? Estimer la constante de temps.

Exercice 14 – Un modèle qui ne colle pas

Un technicien propose de modéliser la charge d'un condensateur par $u(t) = 12 e^{-0,5t}$, en affirmant que « la tension finale est 12 V ».

Expliquer pourquoi ce modèle est faux et proposer la correction.

Exercice 15 – Énergie dissipée pendant une décharge

Pendant une décharge, la puissance dissipée est $p(t) = 50 e^{-4t}$ (en watts, t en secondes).

- a) Vérifier que $P(t) = -12,5 e^{-4t}$ est une primitive de p .
- b) Calculer l'énergie dissipée entre $t = 0$ et $t = 1$ s, arrondie au centième de joule.
- c) Vers quelle valeur tend l'énergie totale dissipée ?

Exercice 16 – Synthèse : dimensionner un circuit RC

Un circuit RC charge un condensateur sous 5 V. La tension suit $u(t) = 5 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ avec $\tau = RC$.

- a) Le cahier des charges impose d'atteindre 99 % de 5 V en moins de 2 ms. Quelle condition cela impose-t-il à τ ?
- b) On dispose d'un condensateur de 100 nF. Quelle résistance maximale choisir ?
- c) Avec $R = 3 \text{ k}\Omega$ et $C = 100 \text{ nF}$, calculer τ , puis $u(1 \text{ ms})$, arrondie au centième.
- d) Ce choix respecte-t-il le cahier des charges ? Quelle est la marge ?