

## Plaquette 2 - Domaine, variations et lecture de l'hyperbole

### Fonction inverse — Terminale STI2D

#### Exercices

#### Méthode

La fonction inverse a une particularité qu'aucune autre fonction du programme ne partage : elle **n'est pas définie en 0**, et elle est décroissante sur chacun de ses deux intervalles **sans l'être sur leur réunion**. Tout le chapitre tourne autour de cette coupure.

#### Exercice 1 - Domaine et images

Soit  $f(x) = \frac{1}{x}$ .

Calculer  $f(4)$ ,  $f(-2)$ ,  $f(0,25)$  et préciser pourquoi  $f(0)$  n'existe pas.

#### Exercice 2 - Un piège de comparaison

Un élève écrit : «  $f$  est décroissante, or  $-3 < 2$ , donc  $f(-3) > f(2)$  ».

Vérifier par le calcul et expliquer.

#### Exercice 3 - Comparer correctement

Comparer  $f(2)$  et  $f(5)$ , puis  $f(-4)$  et  $f(-1)$ .

#### Exercice 4 - Dériver la fonction inverse

Calculer  $f'(x)$  pour  $f(x) = \frac{1}{x}$ , puis  $f'(2)$  et  $f'(-3)$ .

#### Exercice 5 - Une fonction du type $k/x$

Soit  $g(x) = \frac{12}{x}$  sur  $]0; +\infty[$ .

- Calculer  $g(3)$ ,  $g(6)$  et  $g(0,5)$ .
- Donner son sens de variation.

#### Exercice 6 - Un coefficient négatif

Soit  $h(x) = \frac{-6}{x}$  sur  $]0; +\infty[$ .

- Calculer  $h(2)$  et  $h(6)$ .
- Donner son sens de variation.

#### Exercice 7 - Comportement aux bornes

Compléter le tableau de  $f(x) = \frac{1}{x}$  et décrire le comportement.

| x    | 0,001 | 0,1 | 1 | 10 | 1 000 |
|------|-------|-----|---|----|-------|
| f(x) | ?     | ?   | ? | ?  | ?     |

**Exercice 8 - Résoudre une équation**

Résoudre  $\frac{1}{x} = 0,2$ , puis  $\frac{15}{x} = 3$ .

**Exercice 9 - Une équation à deux solutions**

Résoudre  $\frac{9}{x} = x$  sur  $\mathbb{R}^*$ .

**Exercice 10 - Une inéquation**

Résoudre  $\frac{1}{x} > 4$  sur  $]0; +\infty[$ .

**Exercice 11 - Produit constant**

Deux grandeurs vérifient  $x \times y = 60$ .

- Calculer  $y$  pour  $x = 4$ ,  $x = 12$  et  $x = 30$ .
- Comment varie  $y$  quand  $x$  double ?

**Exercice 12 - Reconnaître une proportionnalité inverse**

Ces deux tableaux décrivent-ils des grandeurs inversement proportionnelles ?

| x | 2  | 4  | 5  | 10 |
|---|----|----|----|----|
| A | 30 | 15 | 12 | 6  |
| B | 30 | 20 | 15 | 8  |

**Exercice 13 - Dériver une fonction du type  $k/x$** 

Dériver  $f(x) = \frac{20}{x} + 3x$  sur  $]0; +\infty[$ , puis déterminer son minimum.

**Exercice 14 - Une lecture graphique**

La courbe de  $f(x) = \frac{k}{x}$  passe par le point  $A(4; 7,5)$ .

- Déterminer  $k$ .
- Le point  $B(10; 3)$  appartient-il à la courbe ?

**Exercice 15 - Une tangente**

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de  $f(x) = \frac{1}{x}$  au point d'abscisse 2.

**Exercice 16 – Synthèse : étude d’une fonction inverse décalée**

Soit  $f(x) = \frac{18}{x}$  sur  $]0 ; +\infty[$ .

- a) Calculer  $f(2)$ ,  $f(6)$ ,  $f(9)$  et dresser un tableau.
- b) Calculer  $f'(x)$  et en déduire les variations.
- c) Résoudre  $f(x) = 4,5$  et  $f(x) > 6$ .
- d) Déterminer la tangente au point d’abscisse 3, puis comparer sa valeur en  $x = 4$  à celle de  $f$ .