

Plaquette 1 – Propriétés du log, équations et échelles

Fonction logarithme décimal — Terminale STI2D

Exercices

Méthode

Le logarithme décimal $\log$ sert à **résoudre les équations où l'inconnue est en exposant** et à lire les échelles logarithmiques (décibels, pH). On travaille ses propriétés, on résout $a^x = k$, puis on applique aux niveaux sonores et aux seuils de croissance.

Exercice 1 - Valeurs de référence

Calculer sans calculatrice : $\log 1\,000$, $\log 0,01$, $\log 1$, $\log \sqrt{10}$.

Exercice 2 - Propriétés du logarithme

Sachant que $\log 2 \approx 0,301$ et $\log 3 \approx 0,477$, calculer une valeur approchée de :

- a) $\log 6$
- b) $\log 1,5$
- c) $\log 8$
- d) $\log 20$

Exercice 3 - Résoudre une équation simple

Résoudre : a) $10^x = 1\,000$ · b) $10^x = 45$ (au millième) · c) $\log x = 2$.

Exercice 4 - Équation exponentielle

Résoudre $1,05^x = 2$ (arrondi au centième), et interpréter en termes de placement.

Exercice 5 - Seuil dans une décroissance

Une grandeur décroît de 12 % par an. Au bout de combien d'années aura-t-elle perdu plus de la moitié de sa valeur ? (Résoudre avec le logarithme.)

Exercice 6 - Comparer avec le logarithme

Comparer, sans calculatrice : a) $\log 7$ et $\log 9$ · b) $\log 0,5$ et 0 · c) $\log 150$ et 2.

Exercice 7 - Niveau sonore en décibels

Le niveau sonore est $L = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$ dB, avec $I_0 = 10^{-12}$ W/m².

Calculer L pour : a) $I = 10^{-6}$ W/m² · b) $I = 10^{-4}$ W/m².

Exercice 8 - Doubler l'intensité sonore

De combien de décibels le niveau sonore augmente-t-il si l'intensité est **doublée** (arrondi au dixième) ?

Exercice 9 - Retrouver une intensité

Un niveau sonore mesuré vaut 95 dB. Calculer l'intensité correspondante I (en W/m^2).

Exercice 10 - Échelle de pH

Le pH d'une solution est $\text{pH} = -\log [\text{H}^+]$, où $[\text{H}^+]$ est en mol/L.

- Calculer le pH pour $[\text{H}^+] = 10^{-3}$ mol/L.
- Calculer $[\text{H}^+]$ pour un pH de 8,5.
- Si le pH diminue de 1, comment varie $[\text{H}^+]$?

Exercice 11 - Problème : atténuation d'un signal

Un signal perd 6 % de sa puissance à chaque tronçon de câble.

- Exprimer la puissance $P(x)$ après x tronçons, avec $P_0 = 40$ mW.
- Combien de tronçons avant que la puissance descende sous 10 mW ? (Résoudre avec le logarithme.)

Exercice 12 - Retrouver un coefficient moyen

Une production a été multipliée par 3 en 5 ans. On cherche le coefficient annuel moyen x , solution de $x^5 = 3$ avec $x > 0$.

- Résoudre cette équation à l'aide du logarithme décimal (arrondi au dix-millième).
- En déduire le taux annuel moyen.

Exercice 13 - Compter les chiffres d'un grand nombre

On donne $\log 7 \approx 0,845\ 10$.

- Encadrer $\log(7^{40})$ entre deux entiers consécutifs.
- En déduire le nombre de chiffres de l'écriture décimale de 7^{40} .

Exercice 14 - Une suite en repère semi-logarithmique

On considère la suite géométrique $u_n = 5 \times 3^n$.

- Calculer $\log u_n$ pour $n = 0, 1, 2, 3$ (arrondi au millièmè).
- Montrer que $\log u_n = \log 5 + n \log 3$. Que peut-on dire des points de coordonnées $(n; \log u_n)$?

Exercice 15 - Synthèse : temps de doublement

Une grandeur croît de $t\%$ par période.

- Exprimer le temps de doublement x en fonction de t , à l'aide du logarithme.

- b) Calculer ce temps pour $t = 3\%$, $t = 7\%$ et $t = 15\%$ (arrondi au dixième).
- c) Comparer avec la « règle des 70 » : $x \approx \frac{70}{t}$.