

Plaquette 5 – Applications : seuils, décibels, pH et demi-vies

Fonction logarithme népérien — Terminale STI2D

Exercices

Méthode

Le logarithme sert à deux choses en sciences de l'ingénieur. D'abord à **dater un seuil** : « au bout de combien de temps ? », question à laquelle une suite géométrique ou une exponentielle ne répond que par tâtonnement. Ensuite à **construire une échelle** : décibels, pH, magnitude — des grandeurs qui couvrent des milliards de fois plus de valeurs que ce qu'un œil humain peut lire sur un axe gradué.

Exercice 1 – Temps de charge d'un condensateur

La tension aux bornes d'un condensateur en charge est $u(t) = 12(1 - e^{-2t})$ (en volts, t en secondes).

Déterminer l'instant où la tension atteint 11 V (valeur exacte puis arrondie au millième).

Exercice 2 – Temps de refroidissement

Une pièce refroidit selon $\theta(t) = 20 + 60e^{-0,05t}$ (en °C, t en minutes).

Déterminer l'instant où elle atteint 30 °C (valeur exacte puis arrondie au centième).

Exercice 3 – Décote d'un véhicule

Un véhicule acheté 12 000 € perd 15 % de sa valeur chaque année.

Déterminer par le calcul le nombre d'années au bout duquel il vaut moins de 4 000 €.

Exercice 4 – Demi-vie d'un isotope

Un isotope se désintègre selon $N(t) = N_0 e^{-0,05t}$ (t en années).

- Déterminer sa demi-vie, valeur exacte puis arrondie au centième.
- Après combien d'années reste-t-il moins de 10 % de la quantité initiale ?

Exercice 5 – Temps de doublement d'un placement

Un capital est placé à 7 % par an.

- Déterminer par le calcul le nombre d'années nécessaires pour doubler.
- Comparer avec la « règle des 70 ».

Exercice 6 – Le logarithme décimal

On pose $\log x = \frac{\ln x}{\ln 10}$.

Calculer $\log 10$, $\log 100$, $\log 1\,000$ et $\log 0,001$.

Exercice 7 – Niveau sonore en décibels

Le niveau sonore est $L = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$ (en dB), où $I_0 = 10^{-12}$ W/m² est le seuil d'audibilité.

- a) Calculer L pour $I = 10^{-6}$ W/m².
- b) Calculer L pour $I = 10^{-3}$ W/m².

Exercice 8 – Doubler l'intensité sonore

- a) De combien de décibels augmente le niveau sonore quand l'intensité est **doublée** ?
- b) Combien faut-il de machines identiques pour gagner 10 dB par rapport à une seule ?

Exercice 9 – pH d'une solution

Le pH d'une solution est $\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$, où $[\text{H}^+]$ est la concentration en ions hydrogène (en mol/L).

- a) Calculer le pH pour $[\text{H}^+] = 10^{-4}$ mol/L.
- b) Une solution a un pH de 3. Quelle est sa concentration ?
- c) Que devient le pH si l'on dilue une solution 100 fois ?

Exercice 10 – Atténuation dans une fibre

La puissance transmise dans une fibre optique suit $P(x) = P_0 e^{-0,05x}$, où x est la longueur en kilomètres.

- a) Quelle proportion de la puissance subsiste après 20 km ?
- b) Au bout de combien de kilomètres la puissance est-elle divisée par 2 ?
- c) Et divisée par 100 ?

Exercice 11 – Un objectif de production

Une usine produit 4 500 pièces par mois et augmente sa cadence de 2,5 % chaque mois.

Déterminer par le calcul le premier mois où la production dépasse 7 000 pièces.

Exercice 12 – Deux placements à comparer

Un placement A rapporte 4 % par an, un placement B 6 % par an.

- a) Calculer le temps de doublement de chacun.
- b) Au bout de combien d'années le capital placé en B vaut-il le double de celui placé en A, si les deux partent du même montant ?

Exercice 13 – Retrouver un taux

Une population passe de 12 000 à 18 000 habitants en 10 ans, avec un taux de croissance annuel constant.

Déterminer ce taux, arrondi au centième de pour cent.

Exercice 14 – Une échelle de magnitude

L'énergie libérée par un séisme de magnitude M vérifie $\log E = 1,5M + 4,8$ (avec E en joules).

- a) Calculer l'énergie d'un séisme de magnitude 6.
- b) Par quel facteur l'énergie est-elle multipliée quand la magnitude augmente de 1 ?

Exercice 15 – Un modèle à valider

Un technicien affirme : « Puisque la population croît de 3 % par an, elle aura augmenté de 30 % en 10 ans. »

- a) Calculer la hausse réelle sur 10 ans.
- b) Au bout de combien d'années la hausse atteint-elle réellement 30 % ?

Exercice 16 – Synthèse : dimensionner un traitement acoustique

Un atelier mesure un niveau sonore de 92 dB. La réglementation impose de descendre sous 85 dB. On rappelle $L = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$.

- a) Par quel facteur faut-il diviser l'intensité sonore ?
- b) Chaque panneau absorbant installé réduit l'intensité de 20 %. Combien en faut-il ?
- c) Quel niveau sonore atteint-on avec ce nombre de panneaux ?
- d) L'entreprise vise finalement 80 dB. Combien de panneaux au total ? Commenter.