

Plaquette 1 - Fonctions $x \mapsto a^x$, croissance et taux moyen

Fonctions exponentielles — Terminale STI2D

Exercices

Méthode

On manipule les fonctions $x \mapsto a^x$ ($a > 0$) : règles de calcul, sens de variation selon la position de a par rapport à 1, calculs pour des durées non entières, **taux moyen** et recherche de seuils par balayage. Les contextes sont techniques : refroidissement, charge, usure, atténuation.

Exercice 1 - Règles de calcul

Simplifier :

- a) $2^7 \times 2^{-4}$
- b) $\frac{5^9}{5^6}$
- c) $(3^2)^4$
- d) $16^{\frac{1}{2}}$

Exercice 2 - Sens de variation

Préciser le sens de variation sur $\mathbb{R}$:

- a) $f(x) = 1,25^x$
- b) $g(x) = 0,6^x$
- c) $h(x) = 8 \times 0,98^x$

Exercice 3 - Calculer des images

Soit $f(x) = 500 \times 1,06^x$. Calculer $f(0)$, $f(4)$ et $f(-1)$ (arrondis au centième).

Exercice 4 - Modéliser une croissance

Le nombre de capteurs installés sur un site est de 240 et croît de 7 % par an.

- a) Exprimer $N(x)$ après x années.
- b) Calculer $N(5)$ (arrondi à l'unité).
- c) Calculer $N(2,5)$ et interpréter.

Exercice 5 - Modéliser une décroissance

L'intensité d'un signal est atténuée de 15 % à chaque tronçon de câble.

- a) Exprimer l'intensité $I(x)$ après x tronçons, avec $I_0 = 5$ A.
- b) Calculer $I(4)$ (arrondi au millièmme).
- c) L'intensité peut-elle s'annuler ?

Exercice 6 – Taux moyen d'évolution

Une production passe de 4 000 à 6 500 unités en 6 ans.

- Calculer le coefficient global.
- Calculer le taux moyen annuel (arrondi à 0,01 %).

Exercice 7 – Taux équivalent sur une autre période

Un phénomène croît de 12 % par an.

- Quel est le coefficient mensuel équivalent (arrondi à 10^{-5}) ?
- En déduire le taux mensuel (arrondi à 0,01 %).

Exercice 8 – Comparer deux modèles

Deux capteurs perdent en précision : le capteur A perd 0,05 point par mois (modèle affine, précision initiale 99 points) ; le capteur B perd 0,5 % par mois (précision initiale 99 points).

Comparer les précisions au bout de 12 puis de 60 mois (arrondies au centième).

Exercice 9 – Recherche de seuil par balayage

Soit $N(x) = 240 \times 1,07^x$ (capteurs après x années). Au bout de combien d'années le nombre dépasse-t-il 500 ?

Compléter le tableau (arrondi à l'unité) puis conclure.

x	9	10	11	12
$N(x)$	?	?	?	?

Exercice 10 – Demi-vie

Une grandeur décroît de 9 % par heure.

- Au bout de combien d'heures a-t-elle diminué de moitié (par balayage) ?
- Ce résultat dépend-il de la valeur initiale ?

Exercice 11 – Problème : refroidissement d'une pièce

Une pièce à 420 °C se refroidit : l'écart avec l'air ambiant (20 °C) diminue de 11 % par minute.

- Exprimer la température $T(x)$ après x minutes.
- Calculer $T(10)$ (arrondi au dixième).
- Quelle est la température limite du modèle ?

Exercice 12 – Le signe du coefficient

Préciser le sens de variation de chaque fonction sur $\mathbb{R}$, puis calculer $f(0)$, $f(2)$ et $f(-1)$.

- $f(x) = -3 \times 1,2^x$
- $g(x) = 2 \times 0,5^x$

$$c) h(x) = -5 \times 0,8^x$$

Exercice 13 - Transformer une écriture

Montrer que, pour tout réel x :

$$a) 4^x \times 2^{-x} = 2^x$$

$$b) \frac{9^x}{3^{x+1}} = \frac{3^x}{3}$$

$$c) 5^{x+1} + 5^x = 6 \times 5^x$$

Exercice 14 - Intercaler un point sur la courbe

Une grandeur suit un modèle $f(x) = k \times a^x$, avec $k > 0$ et $a > 0$. On connaît deux points de sa courbe : $A(0 ; 200)$ et $B(4 ; 450)$.

- a) On place le point M d'abscisse la **moyenne arithmétique** des abscisses de A et B , et d'ordonnée la **moyenne géométrique** de leurs ordonnées. Calculer ses coordonnées.
- b) Déterminer k et a , puis vérifier que M appartient à la courbe.
- c) En recommençant entre A et M , quel point obtient-on ?

Exercice 15 - Synthèse : usure d'un outil

Le diamètre utile d'un outil de coupe est de 25 mm et diminue de 1,8 % à chaque cycle d'affûtage.

- a) Exprimer le diamètre $d(x)$ après x affûtages.
- b) Calculer $d(10)$ (arrondi au centième).
- c) L'outil est mis au rebut sous 20 mm. Après combien d'affûtages (par balayage) ?