

Plaquette 4 - Au moins, au plus, entre : cumuls et seuils

Variables aléatoires et loi binomiale — Terminale STI2D

Exercices

Méthode

Les questions de bac portent rarement sur un $P(X = k)$ isolé : elles demandent « au moins un », « au plus deux », « entre 2 et 4 », ou un **seuil** (« combien d'essais pour être sûr à 95 % ? »). Deux réflexes suffisent : traduire la phrase en inégalité sur X , puis choisir entre **additionner** quelques probabilités et **passer au contraire**.

Exercice 1 - Au moins une pièce défectueuse

Une production comporte 4 % de pièces défectueuses. On prélève 10 pièces au hasard dans un stock très important.

Calculer la probabilité qu'au moins une pièce soit défectueuse (arrondi au millième).

Exercice 2 - Au plus un succès

X suit la loi binomiale $B(5; 0,3)$.

Calculer $P(X \leq 1)$ (arrondi au millième).

Exercice 3 - Au moins deux succès

Toujours avec X suivant $B(5; 0,3)$, calculer $P(X \geq 2)$.

Exercice 4 - Entre deux et quatre

On lance 6 fois une pièce équilibrée et on note X le nombre de « pile ».

Calculer $P(2 \leq X \leq 4)$.

Exercice 5 - Strict ou large ?

X suit la loi binomiale $B(4; 0,2)$. On donne la loi :

k	0	1	2	3	4
$P(X = k)$	0,4096	0,4096	0,1536	0,0256	0,0016

Calculer $P(X > 2)$ puis $P(X \geq 2)$, et expliquer l'écart.

Exercice 6 - Un tableau de probabilités cumulées

X suit $B(6; 0,5)$. Compléter le tableau des probabilités cumulées $P(X \leq k)$, sachant que les probabilités individuelles sont les coefficients de la ligne 6 divisés par 64.

k	0	1	2	3	4	5	6
$P(X = k)$	1/64	6/64	15/64	20/64	15/64	6/64	1/64

Exercice 7 – Au moins deux pannes

Un équipement comporte 6 cartes électroniques indépendantes. Chacune tombe en panne dans l'année avec la probabilité 0,1. L'équipement est immobilisé dès que **deux** cartes au moins sont en panne.

Calculer la probabilité d'immobilisation dans l'année (arrondi au millième).

Exercice 8 – Combien d'essais ?

Un procédé de soudure réussit avec la probabilité 0,3 à chaque essai, indépendamment des précédents.

Combien d'essais faut-il prévoir pour que la probabilité d'obtenir **au moins une** soudure réussie atteigne 0,95 ?

Exercice 9 – Dimensionner un échantillon

Un lot contient 5 % de pièces défectueuses. On veut que le contrôle détecte au moins une pièce défectueuse avec une probabilité d'au moins 0,90.

Combien de pièces faut-il prélever ?

Exercice 10 – Un plan de contrôle à la réception

Un client contrôle chaque livraison en prélevant 20 pièces. Il **accepte** le lot si au plus une pièce est défectueuse.

Le lot annoncé contient 5 % de pièces défectueuses. Calculer la probabilité qu'il soit accepté (arrondi au millième).

Exercice 11 – Risque du fournisseur, risque du client

On garde le plan précédent (20 pièces prélevées, lot accepté si $X \leq 1$).

- Calculer la probabilité qu'un lot conforme (à 5 % de défauts) soit refusé : c'est le **risque du fournisseur**.
- Un lot dégradé contient en réalité 15 % de défauts. Calculer la probabilité qu'il soit malgré tout accepté : c'est le **risque du client**.

Exercice 12 – Comparer deux plans

Deux plans de contrôle sont envisagés pour des lots contenant 5 % de défauts.

- **Plan A** : prélever 10 pièces, accepter si aucune n'est défectueuse.
- **Plan B** : prélever 20 pièces, accepter si au plus une est défectueuse.

Comparer les probabilités d'acceptation et conclure.

Exercice 13 – Une redondance à cinq modules

Un calculateur embarque 5 modules indépendants, chacun opérationnel avec la probabilité 0,8. Le calculateur fonctionne dès que **deux modules au moins** sont opérationnels.

Calculer la probabilité qu'il fonctionne (arrondi au dix-millième).

Exercice 14 – Un défaut très rare

Un composant présente un défaut critique avec la probabilité 0,001. Une carte en comporte 500, indépendants.

- Calculer $E(X)$, où X est le nombre de composants défectueux d'une carte.
- Calculer la probabilité qu'une carte comporte au moins un composant défectueux (arrondi au millième).
- Commenter l'écart entre les deux valeurs.

Exercice 15 – Lire un seuil dans un tableau

X suit $B(8; 0,25)$. Le tableau donne les probabilités cumulées.

k	0	1	2	3	4	5
$P(X \leq k)$	0,1001	0,3671	0,6785	0,8862	0,9727	0,9958

- Déterminer le plus petit entier k tel que $P(X \leq k) \geq 0,95$.
- En déduire $P(X \geq 5)$.

Exercice 16 – Synthèse : régler un seuil d'alerte

Une machine produit normalement 10 % de pièces à retoucher. Chaque heure, un opérateur prélève 20 pièces et note le nombre X de pièces à retoucher. On donne les probabilités cumulées pour $B(20; 0,10)$:

k	0	1	2	3	4	5	6
$P(X \leq k)$	0,1216	0,3917	0,6769	0,8670	0,9568	0,9887	0,9976

- Calculer $E(X)$ et vérifier la cohérence avec le tableau.
- L'atelier veut déclencher une alerte dans au plus 5 % des heures lorsque la machine est réglée normalement. À partir de quelle valeur de X faut-il alerter ?
- Avec ce seuil, calculer la probabilité d'une fausse alerte.
- Sur une journée de 8 heures de production, combien de fausses alertes attendre par mois de 20 jours ?