

## Plaquette 5 - Problèmes contextualisés : modéliser puis décider

### Variables aléatoires et loi binomiale — Terminale STI2D

#### Exercices

#### Méthode

Chaque exercice part d'une situation réelle — énergie, informatique, transport, santé, chantier — et demande le même enchaînement : **identifier** le succès,  $n$  et  $p$ , **justifier** le modèle binomial, **calculer** la probabilité demandée, puis **répondre en français** avec une conséquence chiffrée (nombre de cartes, de colis, coût annuel). C'est la forme exacte des exercices de probabilités au bac STI2D.

#### Exercice 1 - Une installation photovoltaïque

Une toiture porte 12 panneaux photovoltaïques. Chaque panneau présente un défaut de production à l'installation avec la probabilité 0,03, indépendamment des autres. On note  $X$  le nombre de panneaux défectueux.

- Justifier que  $X$  suit une loi binomiale et donner ses paramètres.
- Calculer la probabilité qu'aucun panneau ne soit défectueux (arrondi au millième).
- Calculer  $E(X)$ .

#### Exercice 2 - Requêtes d'un serveur

Un serveur traite 15 requêtes indépendantes. Chacune échoue avec la probabilité 0,02.

- Calculer la probabilité qu'aucune requête n'échoue.
- Calculer la probabilité qu'exactly une échoue (arrondi au millième).
- En déduire la probabilité qu'au moins deux échouent.

#### Exercice 3 - Livraisons en retard

Un transporteur effectue 25 livraisons par jour. Chacune est en retard avec la probabilité 0,08, indépendamment des autres.

- Calculer  $E(X)$ , où  $X$  est le nombre de livraisons en retard dans la journée.
- Calculer la probabilité qu'aucune livraison ne soit en retard (arrondi au millième).
- Calculer la probabilité qu'au moins une le soit.

#### Exercice 4 - Série de tirs

Un joueur réussit chacun de ses tirs avec la probabilité 0,75, indépendamment des précédents. Il effectue une série de 5 tirs.

- Calculer la probabilité qu'il réussisse les cinq tirs (arrondi au millième).
- Calculer la probabilité qu'il en réussisse au moins quatre.
- Calculer  $E(X)$ .

**Exercice 5 - Un effet secondaire rare**

Un traitement provoque un effet secondaire bénin chez 0,5 % des patients, indépendamment les uns des autres. Une étude porte sur 200 patients.

- Calculer  $E(X)$ , où  $X$  est le nombre de patients concernés.
- Calculer la probabilité qu'aucun patient ne présente cet effet (arrondi au millième).
- Calculer la probabilité qu'au moins un patient soit concerné, et commenter par rapport à a).

**Exercice 6 - Germination de semences**

Un lot de semences germe avec un taux de 85 %. On sème 10 graines, les germinations étant indépendantes.

- Calculer la probabilité que les dix graines germent (arrondi au millième).
- Calculer la probabilité qu'au moins neuf germent, sachant que le coefficient de Pascal pour  $n = 10$  et  $k = 9$  vaut 10.
- Calculer  $E(X)$ .

**Exercice 7 - Contrôle dans un bus**

Dans une ligne urbaine, 30 % des voyageurs n'ont pas de titre de transport valide. Un contrôleur vérifie 8 voyageurs pris au hasard, indépendamment les uns des autres.

- Calculer la probabilité que tous soient en règle (arrondi au millième).
- Calculer la probabilité qu'exactement deux soient en infraction.
- Calculer  $E(X)$ .

**Exercice 8 - Durée de vie d'ampoules LED**

Un luminaire comporte 6 ampoules LED. Chacune grille avant deux ans avec la probabilité 0,02, indépendamment des autres.

- Calculer la probabilité qu'aucune ampoule ne grille en deux ans (arrondi au millième).
- Calculer la probabilité qu'au moins une grille.
- Un gestionnaire suit 450 luminaires identiques. Combien devra-t-il en visiter en deux ans ?

**Exercice 9 - Appels abandonnés**

Dans un service d'assistance, 20 % des appelants raccrochent avant d'être mis en relation. On observe 7 appels indépendants.

- Calculer la probabilité qu'aucun appelant ne raccroche (arrondi au millième).
- Calculer la probabilité qu'exactement deux raccrochent.
- Calculer la probabilité qu'au moins deux raccrochent.

**Exercice 10 - Capteurs connectés**

Une serre est équipée de 4 capteurs connectés. À chaque relevé, un capteur perd sa transmission avec la probabilité 0,15, indépendamment des autres.

- Calculer la probabilité que les quatre transmettent correctement (arrondi au millième).
- Calculer la probabilité qu'exactly un capteur soit perdu.
- Le relevé est inexploitable dès que deux capteurs au moins sont perdus. Calculer la probabilité d'un relevé inexploitable.

**Exercice 11 - Un micro-sondage**

Dans une population, 40 % des personnes sont favorables à un projet. On interroge 10 personnes au hasard, indépendamment. On donne le coefficient de Pascal pour  $n = 10$  et  $k = 4$  : il vaut 210.

- Calculer  $E(X)$ , où  $X$  est le nombre de personnes favorables.
- Calculer  $P(X = 4)$  (arrondi au millième).
- Ce résultat signifie-t-il que le sondage « tombe juste » trois fois sur quatre ?

**Exercice 12 - Durée de vie de roulements**

Un roulement dépasse la durée de vie visée avec la probabilité 0,9. Une machine en comporte 6, indépendants.

- Calculer la probabilité que les six tiennent (arrondi au millième).
- Calculer la probabilité qu'au moins cinq tiennent.
- Que devient la réponse à a) sur une machine à 12 roulements ?

**Exercice 13 - Batteries de véhicules électriques**

Après huit ans d'usage, une batterie passe sous le seuil de capacité garanti avec la probabilité 0,12. Une flotte comporte 5 véhicules, indépendants.

- Calculer la probabilité qu'aucune batterie ne passe sous le seuil (arrondi au millième).
- Calculer la probabilité qu'exactly une batterie soit concernée.
- Le remplacement d'une batterie coûte 6 800 €. Quel budget prévoir pour la flotte ?

**Exercice 14 - Éprouvettes de béton**

Sur un chantier, 10 % des éprouvettes de béton sont non conformes en résistance. On en teste 8, indépendamment.

- Calculer la probabilité qu'aucune ne soit non conforme (arrondi au millième).
- Calculer la probabilité qu'au plus une soit non conforme.
- Le lot est rejeté si deux éprouvettes au moins sont non conformes. Calculer la probabilité de rejet.

**Exercice 15 – Colis abîmés**

Une palette contient 6 colis. Chaque colis arrive abîmé avec la probabilité 0,03, indépendamment des autres. Un colis abîmé coûte 45 € à l'expéditeur.

- Calculer la probabilité qu'une palette arrive intacte (arrondi au millième).
- Calculer le coût moyen des dommages par palette.
- L'expéditeur envoie 2 000 palettes par an. Chiffrer le coût annuel et le nombre de palettes concernées.

**Exercice 16 – Synthèse : faut-il investir sur la ligne ?**

Une usine expédie ses cartes électroniques par lots de 10. Chaque carte est défectueuse avec la probabilité 0,07, indépendamment des autres. Le client renvoie un lot dès qu'il y trouve **deux cartes défectueuses ou plus** ; un lot renvoyé coûte 120 € à l'usine. L'usine expédie 500 lots par mois. Coefficients de Pascal pour  $n = 10$  :  $1 \cdot 10 \cdot 45 \cdot 120 \cdot 210 \cdot 252 \cdot 210 \cdot 120 \cdot 45 \cdot 10 \cdot 1$ .

- Préciser la loi de  $X$ , nombre de cartes défectueuses d'un lot, et calculer  $E(X)$ .
- Calculer  $P(X = 0)$  et  $P(X = 1)$  (arrondis au millième).
- En déduire la probabilité qu'un lot soit renvoyé, puis le coût mensuel des renvois.
- Un investissement ramènerait le taux de cartes défectueuses à 4 %. Chiffrer l'économie mensuelle attendue, puis la durée nécessaire pour amortir un investissement de 80 000 €.