

Plaquette 1 – Triangle de Pascal, loi binomiale et espérance

Variables aléatoires et loi binomiale — Terminale STI2D

Exercices

Méthode

On reconnaît un schéma de Bernoulli, on compte les chemins avec le **triangle de Pascal**, on calcule $P(X = k)$, puis l'espérance np . Les problèmes sont des contrôles de qualité et des systèmes redondants : « au moins un », « au plus deux », seuil d'acceptation d'un lot.

Exercice 1 – Construire le triangle de Pascal

Compléter la ligne $n = 7$ du triangle de Pascal, à partir de la ligne $n = 6 : 1 \cdot 6 \cdot 15 \cdot 20 \cdot 15 \cdot 6 \cdot 1$.

Exercice 2 – Reconnaître une loi binomiale

Dans chaque cas, dire si le nombre de succès suit une loi binomiale, en précisant n et p .

- a) On prélève 20 pièces avec remise dans une production à 4 % de défauts ; X compte les défauts.
- b) On tire 4 cartes **sans remise** dans un jeu de 32 ; Y compte les rois.
- c) On mesure la longueur de 10 pièces ; Z est la longueur moyenne.

Exercice 3 – Calculer une probabilité binomiale

Soit $X \sim B(6 ; 0,3)$. Calculer $P(X = 2)$ (arrondi au millième).

Exercice 4 – Loi complète

Soit $X \sim B(4 ; 0,5)$. Donner la loi complète de X et vérifier que la somme des probabilités vaut 1.

Exercice 5 – Espérance

Calculer l'espérance de : a) $X \sim B(50 ; 0,08)$ · b) $Y \sim B(200 ; 0,015)$ · c) $Z \sim B(12 ; 0,25)$.

Exercice 6 – Au moins un succès

Une production comporte 3 % de pièces défectueuses. On prélève 25 pièces (avec remise).

Calculer la probabilité qu'il y ait au moins une pièce défectueuse (arrondi au millième).

Exercice 7 – Au plus deux succès

Soit $X \sim B(5 ; 0,2)$. Calculer $P(X \leq 2)$ (arrondi au millième).

Exercice 8 – Contrôle d'un lot

Un lot est accepté si, sur 10 pièces prélevées, **au plus une** est défectueuse. La production comporte 5 % de défauts.

Calculer la probabilité que le lot soit accepté (arrondi au millième).

Exercice 9 – Système redondant

Un système comporte 5 modules indépendants, chacun fiable à 90 %. Le système fonctionne si **au moins** 4 modules fonctionnent.

Calculer la probabilité de bon fonctionnement (arrondi au millième).

Exercice 10 – Espérance et décision

Une machine produit 2 % de rebuts. Elle fabrique 1 500 pièces par jour.

- Calculer le nombre moyen de rebuts par jour.
- Chaque rebut coûte 4,50 €. Quel coût moyen journalier ?
- Un réglage à 600 € ramènerait le taux à 0,8 %. En combien de jours serait-il amorti ?

Exercice 11 – Problème : appels d'un service

Un service reçoit chaque appel avec la probabilité 0,15 d'être une réclamation. On considère 8 appels indépendants.

- Calculer la probabilité d'obtenir exactement 2 réclamations (arrondi au millième).
- Calculer le nombre moyen de réclamations.
- Calculer la probabilité d'obtenir au moins une réclamation.

Exercice 12 – Une ligne du triangle de Pascal

- À partir de la ligne $n = 6$ du triangle de Pascal, construire les lignes $n = 7$.
- Calculer la somme des coefficients de la ligne $n = 7$. Que remarque-t-on ?
- Combien d'issues d'un schéma de Bernoulli à 7 épreuves comportent exactement 3 succès ?

Exercice 13 – Au moins deux succès

Un composant tombe en panne pendant l'année avec une probabilité de 0,2, indépendamment des autres. Une machine en contient 5. On note X le nombre de composants en panne.

- Justifier que X suit une loi binomiale et préciser ses paramètres.
- Calculer $P(X = 0)$ et $P(X = 1)$.
- En déduire la probabilité qu'au moins deux composants tombent en panne (au millième).

Exercice 14 – Retrouver un paramètre par l'espérance

Sur une chaîne, on prélève 20 pièces, de façon assimilable à des tirages indépendants. Le nombre X de pièces défectueuses suit une loi binomiale d'espérance 3.

- a) Déterminer la probabilité p qu'une pièce soit défectueuse.
- b) Calculer la probabilité qu'aucune pièce ne soit défectueuse (au millième).

Exercice 15 – Synthèse : choisir un plan de contrôle

Une production comporte 10 % de défauts. Deux plans de contrôle sont proposés pour accepter un lot :

- plan A : sur 5 pièces, aucune défectueuse ;
- plan B : sur 10 pièces, au plus une défectueuse.

- a) Calculer la probabilité d'acceptation pour chaque plan (arrondie au millième).
- b) Quel plan est le plus sévère ?