

Plaquette 1 - Notation exponentielle, produits, quotients et impédances

Nombres complexes : forme exponentielle — Terminale STI2D

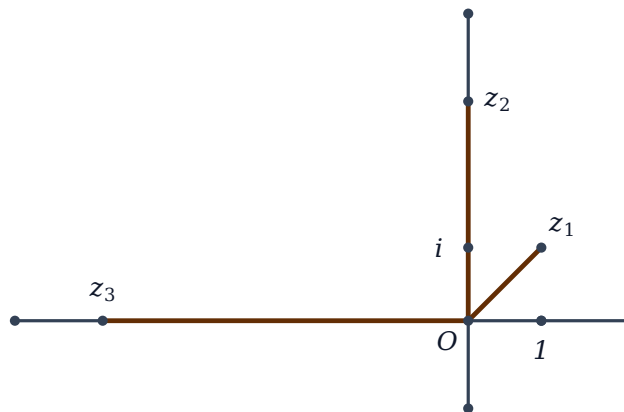
Exercices

Méthode

La forme exponentielle $z = r e^{i\theta}$ transforme les produits et quotients de complexes en **additions d'arguments** : c'est ce qui rend les calculs d'impédance et de déphasage rapides. On passe d'une forme à l'autre, on calcule, puis on applique à un circuit *RLC*.

Exercice 1 - De la forme algébrique à la forme exponentielle

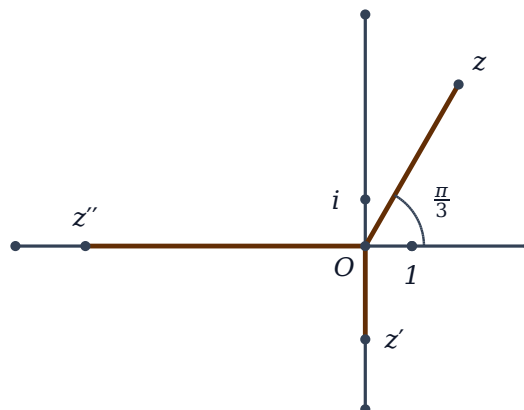
Écrire sous forme exponentielle : a) $z_1 = 1 + i$ · b) $z_2 = 3i$ · c) $z_3 = -5$.



Les images de z_1 , z_2 et z_3 .

Exercice 2 - De la forme exponentielle à la forme algébrique

Écrire sous forme algébrique : a) $z = 4 e^{i\frac{\pi}{3}}$ · b) $z' = 2 e^{-i\frac{\pi}{2}}$ · c) $z'' = 6 e^{i\pi}$.



Les trois points : le module se lit comme une distance à O, l'argument comme un angle.

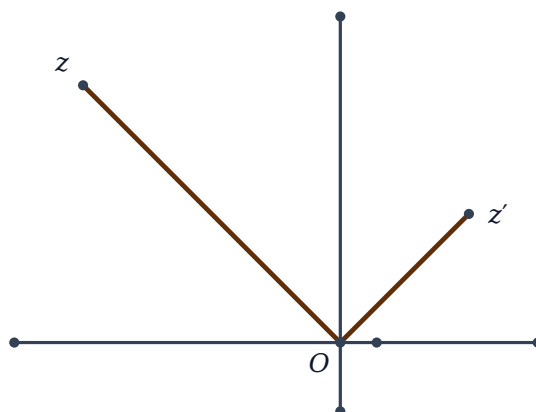
Exercice 3 - Produit sous forme exponentielle

Soit $z = 3e^{i\frac{\pi}{6}}$ et $z' = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$.

- Calculer zz' sous forme exponentielle.
- En déduire sa forme algébrique.

Exercice 4 - Quotient sous forme exponentielle

Soit $z = 10e^{i\frac{3\pi}{4}}$ et $z' = 5e^{i\frac{\pi}{4}}$. Calculer $\frac{z}{z'}$ sous forme exponentielle puis algébrique.



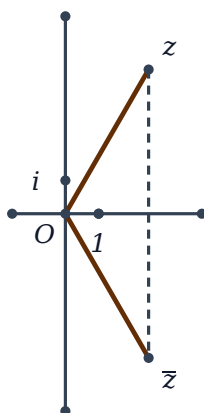
Les images de z et z' .

Exercice 5 - Puissance d'un complexe

Soit $z = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$. Calculer z^4 sous forme exponentielle puis algébrique.

Exercice 6 - Conjugué et inverse

Soit $z = 5e^{i\frac{\pi}{3}}$. Donner $\bar{z}$ et $\frac{1}{z}$ sous forme exponentielle.



Un complexe et son conjugué : symétrie par rapport à l'axe des réels.

Exercice 7 - Module et argument d'un produit

Soit $z = 3 + 4i$ et $z' = 1 - i$. Calculer $|zz'|$ et un argument approché de zz' (au dixième de degré), **sans** développer le produit.

Exercice 8 - Impédance d'un circuit RL

Un circuit RL série a pour impédance $Z = R + iL\omega$, avec $R = 40 \, \Omega$, $L = 0,15 \, \text{H}$ et $\omega = 400 \, \text{rad/s}$.

- Écrire Z sous forme algébrique.
- Calculer $|Z|$ (au dixième d'ohm) et le déphasage $\arg(Z)$ (au dixième de degré).
- Écrire Z sous forme exponentielle.

Exercice 9 - Impédance d'un circuit RC

Un circuit RC série a pour impédance $Z = R - \frac{i}{C\omega}$, avec $R = 100 \, \Omega$, $C = 10^{-5} \, \text{F}$ et $\omega = 1\,000 \, \text{rad/s}$.

- Calculer $\frac{1}{C\omega}$ puis écrire Z .
- Calculer $|Z|$ (au dixième) et le déphasage (au dixième de degré).

Exercice 10 - Circuit RLC et résonance

Un circuit RLC série a pour impédance $Z = R + i\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$, avec $R = 50 \, \Omega$, $L = 0,2 \, \text{H}$ et $C = 2 \times 10^{-5} \, \text{F}$.

- Calculer Z pour $\omega = 500 \, \text{rad/s}$.
- Pour quelle pulsation Z est-il **réel** ? (C'est la résonance.)
- Que vaut alors $|Z|$?

Exercice 11 - Diviseur de tension complexe

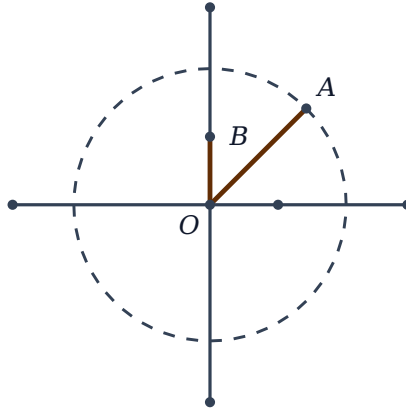
Dans un diviseur, $\frac{U_s}{U_e} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}$ avec $Z_1 = 100 \, \Omega$ et $Z_2 = -100i \, \Omega$.

- Calculer $Z_1 + Z_2$ puis son module.
- Calculer le module du rapport $\frac{U_s}{U_e}$ (au millième).
- Interpréter.

Exercice 12 - Placer un produit

Soit $z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{4}}$ et $z_2 = e^{i\frac{\pi}{2}}$, d'images A et B .

- Calculer $z_1 z_2$ sous forme exponentielle et placer son image C .
- Quelle transformation fait passer de A à C ?

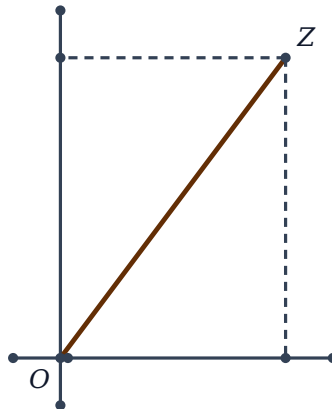


Les points A et B ; cercle de rayon 2.

Exercice 13 - Lire une impédance dans le plan complexe

Le point Z de la figure représente l'impédance d'un dipôle : $\underline{Z} = 30 + 40i$ (en ohms).

- Calculer le module et l'argument de $\underline{Z}$ (argument au centième de radian).
- Écrire $\underline{Z}$ sous forme exponentielle et dire si le dipôle est inductif ou capacitif.

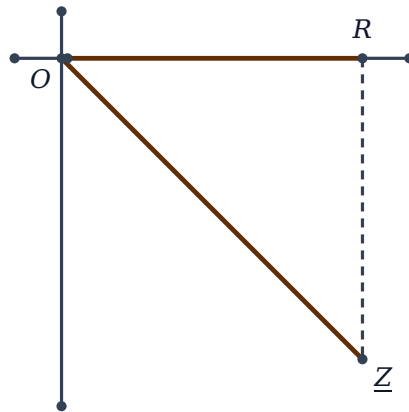


L'impédance $\underline{Z}$: partie réelle R , partie imaginaire X .

Exercice 14 - Un circuit RC sous forme exponentielle

Une résistance $R = 50 \, \Omega$ est en série avec un condensateur dont l'impédance vaut $\underline{Z}_C = -50i$ à la fréquence de travail.

- Écrire $\underline{Z}_C$ puis $\underline{Z} = R + \underline{Z}_C$ sous forme exponentielle.
- Sous une tension d'amplitude complexe $\underline{U} = 10 \, \text{V}$, calculer $\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}}$ sous forme exponentielle.



Triangle des impédances : $\underline{Z} = R + \underline{Z}_C$.

Exercice 15 - Synthèse : calculs enchaînés

Soit $z = 2 e^{i\frac{\pi}{6}}$ et $z' = 4 e^{-i\frac{\pi}{3}}$.

- Calculer zz' et $\frac{z'}{z}$ sous forme exponentielle.
- Écrire zz' sous forme algébrique.
- Calculer z^3 sous forme algébrique.