

Plaquette 3 - Arbres pondérés et probabilités totales

Probabilités conditionnelles — Terminale STI2D

Exercices

Méthode

L'arbre pondéré est l'outil le plus sûr du chapitre : deux règles suffisent — **on multiplie le long d'un chemin, on additionne les chemins**. Encore faut-il le construire dans le bon ordre.

Exercice 1 - Lire un arbre

Un arbre donne $P(A) = 0,6$, $P_A(B) = 0,3$ et $P_{\bar{A}}(B) = 0,5$.

Calculer les quatre probabilités de chemins.

Exercice 2 - Probabilités totales

Avec l'arbre précédent, calculer $P(B)$.

Exercice 3 - Remonter l'arbre

Avec le même arbre, calculer $P_B(A)$.

Exercice 4 - Construire un arbre à partir d'un énoncé

Une usine reçoit 70 % de ses pièces du fournisseur A et le reste de B. Le taux de défauts est de 2 % chez A et de 6 % chez B.

Décrire l'arbre et calculer la probabilité qu'une pièce soit défectueuse.

Exercice 5 - Remonter au fournisseur

Avec la situation précédente, une pièce défectueuse est prélevée.

Calculer la probabilité qu'elle vienne de B.

Exercice 6 - Trois causes

Trois lignes produisent respectivement 50 %, 30 % et 20 % des pièces, avec des taux de défauts de 1 %, 3 % et 4 %.

Calculer le taux global de défauts.

Exercice 7 - Remonter avec trois causes

Avec les trois lignes précédentes, calculer la probabilité qu'une pièce défectueuse vienne de la ligne 2.

Exercice 8 - Compléter un arbre

On sait que $P(A) = 0,25$, $P(A \cap B) = 0,10$ et $P(B) = 0,46$.

Déterminer $P_A(B)$ et $P_{\bar{A}}(B)$.

Exercice 9 - Un test de détection

Une machine tombe en panne avec la probabilité 0,04. Un capteur déclenche l'alarme dans 92 % des pannes, et se déclenche à tort dans 3 % des cas sans panne.

Calculer la probabilité qu'une alarme se déclenche.

Exercice 10 - La valeur prédictive

Avec le capteur précédent, l'alarme se déclenche.

Calculer la probabilité qu'il y ait réellement une panne.

Exercice 11 - Améliorer le capteur

Le taux de fausses alertes passe de 3 % à 1 %, la sensibilité restant à 92 %.

Recalculer la valeur prédictive.

Exercice 12 - Deux étapes de contrôle

Une pièce passe deux contrôles successifs. Le premier la rejette avec la probabilité 0,08. Si elle passe, le second la rejette avec la probabilité 0,05.

Calculer la probabilité qu'elle soit acceptée.

Exercice 13 - Un rattrapage

Une pièce rejetée au premier contrôle est retouchée, puis repasse le contrôle : elle est alors acceptée dans 70 % des cas.

Calculer la probabilité finale d'acceptation, avec les données de l'exercice précédent.

Exercice 14 - Une partition mal posée

Un élève écrit : « $P(D) = P(A)P_A(D) + P(B)P_B(D)$, avec $P(A) = 0,6$ et $P(B) = 0,5$ ».

Repérer l'erreur.

Exercice 15 - Un arbre à trois niveaux

Un système comporte trois éléments en série, fiables à 98 %, 95 % et 99 %, indépendamment.

Calculer la probabilité que le système fonctionne, puis celle qu'il tombe en panne.

Exercice 16 - Synthèse : un contrôle de réception

Une usine reçoit 45 % de pièces du fournisseur A, 35 % de B et 20 % de C, avec des taux de défauts de 1,5 %, 2,5 % et 5 %.

- a) Calculer la probabilité qu'une pièce reçue soit défectueuse.
- b) Une pièce défectueuse est prélevée : déterminer le fournisseur le plus probable.
- c) L'usine reçoit 40 000 pièces par an, chaque défaut coûtant 14 €. Chiffrer la perte annuelle.
- d) L'usine envisage de reporter les commandes de C vers A. Recalculer le taux et l'économie.