

Plaquette 1 – Arbres pondérés, probabilités totales et diagnostic

Probabilités conditionnelles — Terminale STI2D

Exercices

Méthode

On construit et on exploite un **arbre pondéré** : probabilité d'un chemin, formule des **probabilités totales**, puis « remontée » de l'arbre pour calculer une probabilité conditionnelle inverse — le calcul de diagnostic (tests, contrôles, fournisseurs) attendu au bac.

Exercice 1 – Lire un tableau croisé

Un lot de 800 composants provient de deux ateliers.

Effectifs	Conformes	Défaillants	Total
Atelier 1	468	32	500
Atelier 2	279	21	300
Total	747	53	800

On prélève un composant au hasard. Calculer $P(A_1)$, $P(D)$ et $P(A_1 \cap D)$, où A_1 : « vient de l'atelier 1 » et D : « est défaillant ».

Exercice 2 – Probabilité conditionnelle dans un tableau

On reprend le tableau. Calculer $P_{A_1}(D)$ et $P_D(A_1)$ (arrondis au millième), puis commenter la différence.

Exercice 3 – Construire un arbre

Une machine fonctionne avec deux réglages : le réglage rapide est utilisé pour 65 % de la production, avec 5 % de rebuts ; le réglage précis pour le reste, avec 2 % de rebuts.

- Construire l'arbre pondéré de la situation.
- Calculer la probabilité qu'une pièce prélevée au hasard provienne du réglage précis **et** soit un rebut.

Exercice 4 – Probabilités totales

Avec les données précédentes, calculer la probabilité qu'une pièce soit un rebut.

Exercice 5 – Remonter l'arbre

Toujours la même machine. Une pièce prélevée est un rebut. Quelle est la probabilité qu'elle provienne du réglage rapide (arrondi au millième) ?

Exercice 6 – Test de contrôle : sensibilité

Un contrôle automatique détecte 92 % des pièces défectueuses (sensibilité) mais signale aussi à tort 3 % des pièces conformes. La production comporte 6 % de pièces défectueuses.

Calculer la probabilité qu'une pièce soit signalée par le contrôle.

Exercice 7 – Valeur prédictive d'un contrôle

Avec les données précédentes : une pièce est signalée par le contrôle. Quelle est la probabilité qu'elle soit réellement défectueuse (arrondi au millième) ?

Exercice 8 – Pièces signalées à tort

Toujours le même contrôle. Calculer la probabilité qu'une pièce conforme soit signalée à tort **parmi toutes les pièces**, puis la probabilité qu'une pièce défectueuse passe le contrôle sans être détectée.

Exercice 9 – Tester l'indépendance

On reprend le tableau des 800 composants. Les événements A_1 (« vient de l'atelier 1 ») et D (« est défaillant ») sont-ils indépendants ?

Exercice 10 – Deux éléments indépendants

Deux modules d'un système fonctionnent indépendamment, avec des probabilités de panne de 0,04 et 0,07.

- a) Probabilité que les deux tombent en panne.
- b) Probabilité qu'aucun ne tombe en panne.
- c) Probabilité qu'exactly un tombe en panne.

Exercice 11 – Problème : trois fournisseurs

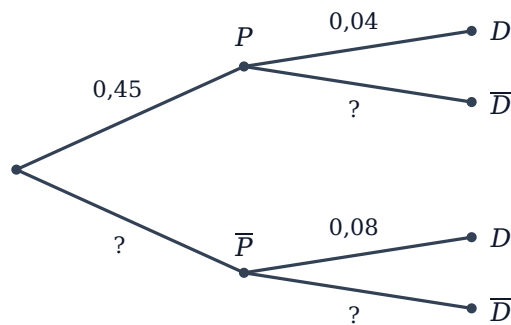
Un assembleur s'approvisionne chez trois fournisseurs : F_1 (50 % des pièces, 1 % de défauts), F_2 (30 %, 3 % de défauts) et F_3 (20 %, 6 % de défauts).

- a) Calculer la probabilité qu'une pièce soit défectueuse.
- b) Une pièce est défectueuse : quelle est la probabilité qu'elle vienne de F_3 (arrondi au millième) ?

Exercice 12 - Compléter puis exploiter un arbre

Un atelier produit des pièces sur deux postes. L'arbre ci-dessous est incomplet : P désigne « la pièce vient du poste 1 » et D « la pièce est défectueuse ».

- Compléter les trois branches manquantes.
- Calculer $P(D)$.
- Une pièce est défectueuse : quelle est la probabilité qu'elle vienne du poste 1 ?



L'arbre à compléter

Exercice 13 - Retrouver une branche inconnue

Dans une entreprise, 40 % des salariés travaillent en équipe de nuit (N). Parmi eux, 30 % ont eu un arrêt de travail dans l'année (A). Au total, 36 % des salariés ont eu un arrêt de travail.

- Représenter la situation par un arbre, en notant $x = P_N(A)$.
- Déterminer x .
- Le travail de nuit est-il associé à un risque d'arrêt plus élevé ?

Exercice 14 - Prélèvements sans remise dans un lot

Un lot de 12 cartes électroniques contient 4 cartes défectives. Un technicien en prélève deux, successivement et **sans remise**.

- Construire l'arbre pondéré de l'expérience.
- Calculer la probabilité que les deux cartes soient défectives.
- Calculer la probabilité qu'exactement une carte soit défective.
- En déduire la probabilité qu'au moins une carte soit défective.

Exercice 15 - Éclairage à détection de présence

Dans un couloir, une personne est présente 30 % du temps. Le détecteur allume l'éclairage dans 95 % des cas de présence, et l'allume à tort 4 % du temps en l'absence de toute personne.

- Calculer la probabilité que l'éclairage soit allumé à un instant donné.
- L'éclairage est allumé : quelle est la probabilité qu'une personne soit présente (arrondi au millième) ?
- Sur 1000 heures de fonctionnement, combien d'heures l'éclairage est-il allumé inutilement ?

Exercice 16 – Synthèse : contrôle en deux étapes

Une pièce défectueuse est détectée par un premier contrôle avec la probabilité 0,85 ; si elle passe, un second contrôle indépendant la détecte avec la probabilité 0,70.

- a) Probabilité qu'une pièce défectueuse ne soit détectée par aucun des deux contrôles.
- b) Probabilité qu'elle soit détectée.
- c) Combien de contrôles identiques au premier faudrait-il pour que le risque de non-détection descende sous 0,1 % ?