

Plaquette 4 - Indépendance et fiabilité :
montages en série et en parallèle
Probabilités conditionnelles — Terminale STI2D
Exercices

Méthode

Quand plusieurs composants fonctionnent **indépendamment**, on ne construit plus d'arbre : on **multiplie**. Deux réflexes à acquérir : un montage **en série** fonctionne si *tous* les éléments fonctionnent, un montage **en parallèle** tombe en panne si *tous* les éléments tombent en panne — et « au moins un » se calcule toujours par l'événement **contraire**.

Exercice 1 - Deux composants en série

Un circuit comporte un capteur et un relais **montés en série** : le circuit fonctionne seulement si les deux fonctionnent. Ils sont indépendants, de fiabilités respectives 0,98 et 0,95.

Calculer la probabilité que le circuit fonctionne, puis celle qu'il tombe en panne.

Exercice 2 - Deux pompes en parallèle

Un circuit de refroidissement est équipé de deux pompes **en parallèle** : il suffit qu'une seule fonctionne pour que le refroidissement soit assuré. Les pompes sont indépendantes et tombent en panne avec les probabilités 0,10 et 0,15.

Calculer la probabilité que le refroidissement soit assuré.

Exercice 3 - Au moins un capteur en panne

Une machine embarque 4 capteurs identiques et indépendants. Chaque capteur tombe en panne au cours de l'année avec la probabilité 0,05.

Calculer la probabilité qu'**au moins un** capteur tombe en panne dans l'année (arrondi au millième).

Exercice 4 - Trois relais identiques

Trois relais indépendants ont chacun une fiabilité de 0,97.

- a) Probabilité que les trois fonctionnent (arrondi au millième).
- b) Probabilité qu'au moins un fonctionne.

Exercice 5 - Vérifier une indépendance

Dans un atelier, 400 pièces ont été produites par deux équipes.

Effectifs	Conformes	Non conformes	Total
Équipe de jour	288	12	300
Équipe de nuit	96	4	100
Total	384	16	400

On prélève une pièce au hasard. Les événements J : « la pièce vient de l'équipe de jour » et N : « la pièce est non conforme » sont-ils indépendants ?

Exercice 6 – Compléter un tableau d'indépendance

Une entreprise produit 600 articles sur deux sites : 200 sur le site A, le reste sur le site B. Au total, 30 articles sont défectueux, et l'on **sait** que le site d'origine et le défaut sont indépendants.

Compléter le tableau croisé des effectifs.

Exercice 7 – Indépendance et événements contraires

A et B sont deux événements **indépendants** tels que $P(A) = 0,6$ et $P(B) = 0,25$.

- Calculer $P(A \cap B)$.
- Calculer $P(A \cup B)$.
- Calculer $P(A \cap \bar{B})$ et $P(\bar{A} \cap \bar{B})$.

Exercice 8 – Une chaîne de maillons

Une chaîne de transmission est formée de maillons indépendants, chacun de fiabilité 0,99.

- Fiabilité d'une chaîne de 4 maillons (arrondi au dix-millième).
- Fiabilité d'une chaîne de 10 maillons.
- Commenter.

Exercice 9 – L'effet de la redondance

Un module de commande a une fiabilité de 0,90. On envisage de le doubler, puis de le tripler, les modules fonctionnant indépendamment et **en parallèle** (il suffit qu'un module fonctionne).

Calculer la fiabilité obtenue avec 1, 2 puis 3 modules.

Exercice 10 – Un montage mixte

Une installation comporte deux pompes **en parallèle**, dont l'ensemble alimente une vanne montée **en série** derrière elles. Chaque pompe tombe en panne avec la probabilité 0,08, la vanne avec la probabilité 0,03. Tous les éléments sont indépendants.

Calculer la probabilité que l'installation fonctionne (arrondi au dix-millième).

Exercice 11 – Exactement un capteur en panne

Trois capteurs indépendants tombent chacun en panne avec la probabilité 0,10.

- a) Probabilité qu'aucun ne tombe en panne.
- b) Probabilité qu'exactly un tombe en panne.
- c) Vérifier que les quatre cas possibles totalisent 1.

Exercice 12 – Combien de sauvegardes ?

Un atelier sauvegarde ses programmes de commande numérique sur des supports indépendants. Chaque support est perdu ou illisible avec la probabilité 0,02.

Combien de supports faut-il au minimum pour que la probabilité de tout perdre soit inférieure à 10^{-6} ?

Exercice 13 – Avec remise ou sans remise ?

Un lot contient 20 pièces, dont 3 défectueuses. On prélève 2 pièces.

- a) Calculer la probabilité d'obtenir deux pièces défectueuses si le tirage se fait **avec remise**.
- b) Même question **sans remise** (arrondi au millième).
- c) Dans quel cas les deux tirages sont-ils indépendants ?

Exercice 14 – Trois postes de fabrication

Une pièce traverse trois postes successifs. Chaque poste introduit un défaut, indépendamment des autres, avec les probabilités 0,02, 0,03 et 0,01.

- a) Probabilité qu'une pièce sorte sans aucun défaut (arrondi au dix-millième).
- b) Probabilité qu'elle présente au moins un défaut.
- c) Sur une production de 5 000 pièces, combien de pièces défectueuses peut-on prévoir ?

Exercice 15 – Survie cycle après cycle

Un vérin résiste à un cycle de charge avec la probabilité 0,995, indépendamment des cycles précédents.

- a) Probabilité qu'il résiste à 100 cycles consécutifs (arrondi au millième).
- b) Probabilité qu'il résiste à 200 cycles.
- c) Vérifier que le résultat de b) est le carré de celui de a) et expliquer pourquoi.

Exercice 16 – Synthèse : dimensionner une redondance

Une ligne automatisée comporte 3 automates montés **en série** : elle produit si les trois fonctionnent. Chaque automate fonctionne une journée entière sans incident avec la probabilité 0,92, indépendamment des autres.

- a) Probabilité que la ligne produise toute la journée sans incident (arrondi au millième).

- b) On double **chacun** des 3 automates : chaque poste devient un montage parallèle de 2 automates. Calculer la nouvelle fiabilité de la ligne.
- c) Le budget ne permet de doubler que 2 postes sur 3. Quelle fiabilité obtient-on alors ?
- d) Sur 220 jours d'exploitation, combien de journées d'arrêt évite-t-on en passant de la configuration a) à la configuration b) ?