

Plaqueette 1 - Ajustement affine et changement de variable

Séries statistiques à deux variables — Terminale STI2D

Exercices

Méthode

Au programme de terminale s'ajoute le **changement de variable** : quand le nuage n'est pas aligné, on pose $z = \log y$ (ou $z = \frac{1}{y}$, ou $z = y^2$) pour obtenir un nuage aligné, on ajuste, puis on revient à la grandeur d'origine. C'est la technique clé du chapitre.

Exercice 1 - Point moyen et droite d'ajustement

On mesure la tension y (en V) aux bornes d'un capteur en fonction de la pression x (en bars).

x_i	1	2	3	4	5
y_i	0,8	1,3	1,7	2,3	2,9

- Calculer les coordonnées du point moyen.
- La droite d'ajustement est $y = 0,52x + 0,24$. Vérifier qu'elle passe par G .

Exercice 2 - Estimer et interpréter

Avec la droite $y = 0,52x + 0,24$:

- Interpréter le coefficient 0,52.
- Estimer la tension pour 3,5 bars.
- Quelle pression donnerait 2,5 V (arrondi au centième) ?

Exercice 3 - Reconnaître un nuage non aligné

Un relevé donne :

x_i	0	1	2	3	4
y_i	50	75	112,5	168,75	253,125

- Calculer les différences puis les quotients successifs de y .
- Quel modèle faut-il choisir ?

Exercice 4 - Changement de variable $z = \log y$

On reprend la série précédente et on pose $z = \log y$.

- Compléter le tableau des z_i (arrondis au millième).
- Les points $(x_i; z_i)$ sont-ils alignés ?

x_i	0	1	2	3	4
z_i	?	?	?	?	?

Exercice 5 - Retour à la variable initiale

Pour la série précédente, l'ajustement affine de z en fonction de x donne $z = 0,176x + 1,699$.

Retrouver le modèle exponentiel liant y et x .

Exercice 6 - Prévision avec le modèle exponentiel

Avec le modèle $y = 50 \times 1,5^x$:

- Estimer y pour $x = 6$.
- Comparer avec ce que donnerait un ajustement affine de pente moyenne $\frac{253,125 - 50}{4} \approx 50,8$ et d'ordonnée à l'origine 50.

Exercice 7 - Changement de variable $z = 1/y$

On relève la durée y (en min) d'une opération en fonction du nombre x d'opérateurs.

x_i	1	2	3	4	6
y_i	120	60	40	30	20

- Calculer les produits $x_i y_i$.
- Quel modèle choisir ? Exprimer y en fonction de x .

Exercice 8 - Exploiter le modèle inverse

Avec $y = \frac{120}{x}$ (durée en minutes pour x opérateurs) :

- Estimer la durée avec 5 opérateurs.
- Combien d'opérateurs pour descendre sous 15 minutes ?
- Ce modèle reste-t-il valable pour $x = 100$?

Exercice 9 - Choisir le bon changement de variable

Pour chaque série, indiquer le changement de variable adapté.

- Les quotients successifs de y sont constants.
- Les produits $x_i y_i$ sont constants.
- Les différences successives de y sont constantes.

Exercice 10 - Problème : décroissance radioactive simplifiée

L'activité y (en kBq) d'une source est relevée chaque jour.

x_i (jours)	0	1	2	3	4
y_i	800	640	512	409,6	327,68

- Montrer que le modèle est exponentiel.
- Exprimer y en fonction de x .
- Estimer l'activité au bout de 10 jours (arrondie au dixième).

Exercice 11 - Problème : étalonnage avec log

Un relevé donne, après changement de variable $z = \log y$, l'ajustement $z = -0,097x + 2,903$.

- Exprimer y en fonction de x (coefficients arrondis au centième).
- Quelle est la valeur de y pour $x = 0$?
- De quel pourcentage y varie-t-il quand x augmente de 1 ?

Exercice 12 - Les résidus d'un ajustement

On propose la droite $y = 2x + 1$ pour ajuster la série suivante.

x_i	1	2	3	4
y_i	2,9	5,2	6,8	9,1

- Calculer les résidus $y_i - (2x_i + 1)$.
- Calculer la somme S de leurs carrés et commenter.

Exercice 13 - Changement de variable $t = 1/x$

Le coût unitaire y (en euros) d'une pièce dépend du nombre x de pièces commandées (en centaines).

x_i	1	2	3	4	6
y_i	14	8	6	5	4

- On pose $t = \frac{1}{x}$. Calculer les t_i (arrondis au millième).
- Montrer que y est une fonction affine de t , puis exprimer y en fonction de x .

Exercice 14 - Distance de freinage et changement de variable

On relève la distance de freinage d (en m) d'un véhicule selon sa vitesse v (en km/h).

v_i	20	40	60	80
d_i	3	12	27	48

- Le nuage $(v; d)$ est-il aligné ?
- On pose $t = v^2$. Montrer que d est proportionnelle à t .
- Estimer la distance de freinage à 100 km/h.

Exercice 15 - Synthèse : deux modèles en concurrence

Un relevé de consommation donne :

x_i (années)	0	1	2	3	4
y_i (kWh)	5 000	4 600	4 232	3 893	3 582

- Différences puis quotients : quel modèle choisir ?

- b) Exprimer y en fonction de x et estimer la consommation à 8 ans (arrondie au kWh).
- c) Au bout de combien d'années la consommation passe-t-elle sous 2 500 kWh ? (Utiliser le logarithme.)