

Plaquette 3 - Changement de variable $z = \log y$

Séries statistiques à deux variables — Terminale STI2D

Exercices

Méthode

Un nuage incurvé vers le haut, avec des quotients constants : c'est une croissance **exponentielle**, et aucune droite ne la décrira. La parade tient en une ligne : on pose $z = \log y$, le nuage s'aligne, on ajuste — puis on revient à y .

Exercice 1 - Calculer les z

Compléter la ligne $z = \log y$, au millième.

x	0	1	2	3
y	50	75	112,5	168,75
z	?	?	?	?

Exercice 2 - Justifier le changement de variable

Avec la série précédente, montrer par les quotients que le modèle est exponentiel.

Exercice 3 - Du modèle ajusté au modèle exponentiel

Un ajustement donne $z = 0,12x + 1,4$, avec $z = \log y$.
Déterminer le modèle exponentiel correspondant.

Exercice 4 - Un coefficient négatif

Un ajustement donne $z = -0,08x + 2,6$.
Déterminer le modèle exponentiel et son taux.

Exercice 5 - Une série complète

Un relevé donne :

x	0	2	4	6
y	200	288	414,7	597,2

- Vérifier que le modèle est exponentiel.
- Donner son taux par unité de x .

Exercice 6 - Utiliser le modèle pour prévoir

Avec $y = 200 \times 1,2^x$, calculer $y(10)$ et déterminer quand y dépasse 2 000.

Exercice 7 - Un relevé imparfait

Un relevé donne :

x	1	2	3	4
y	84	121	174	252

Le modèle exponentiel convient-il ?

Exercice 8 - Lire les résidus pour choisir

Sur une même série, on compare deux ajustements.

- Ajustement affine de y en x : les résidus sont positifs aux deux extrémités de la série et négatifs au milieu.
- Ajustement affine de $z = \log y$ en x : les résidus sont très petits et de signes alternés.

Quel modèle retenir ?

Exercice 9 - Retrouver la valeur initiale

Un ajustement donne $z = 0,045x + 1,875$, où x compte les années depuis 2020.

- Calculer la valeur en 2020.
- Calculer le taux annuel.

Exercice 10 - Un modèle de décroissance

Une activité radioactive donne :

t (h)	0	5	10	15
A (Bq)	4 000	2 828	2 000	1 414

- Vérifier le caractère exponentiel.
- Déterminer la demi-vie.

Exercice 11 - Deux pas différents

Un modèle exponentiel a un coefficient de 1,69 par tranche de 4 ans.

Calculer le taux annuel.

Exercice 12 - Repérer une erreur de retour

Un élève ajuste $z = \log y$ et trouve $z = 0,2x + 1,6$. Il conclut : « donc $y = 0,2x + 1,6$ ». Corriger.

Exercice 13 - Un étalonnage logarithmique

Une mesure d'atténuation donne :

d (km)	0	10	20	30
P (mW)	100	63,1	39,8	25,1

- Calculer $z = \log P$ et vérifier l'alignement.
- En déduire l'atténuation en dB/km.

Exercice 14 - Choisir entre deux transformations

Pour chaque série, dire s'il faut poser $z = \log y$ ou $z = \frac{1}{y}$.

- $y : 100 ; 50 ; 25 ; 12,5$ pour $x : 0 ; 1 ; 2 ; 3$.
- $y : 60 ; 30 ; 20 ; 15$ pour $x : 1 ; 2 ; 3 ; 4$.

Exercice 15 - Un modèle mal choisi

Un élève pose $z = \log y$ sur la série $y : 60 ; 30 ; 20 ; 15$ (pour $x = 1$ à 4).
Montrer que le nuage $(x; z)$ n'est pas aligné.

Exercice 16 - Synthèse : la montée en charge d'un service

Le nombre d'abonnés d'un service est relevé chaque année depuis 2021 ($x = 0$).

x	0	1	2	3	4
y	1 200	1 680	2 352	3 293	4 610

- Montrer par les quotients que le modèle est exponentiel.
- Calculer $z = \log y$ pour $x = 0$ et $x = 4$, et en déduire l'ajustement $z = ax + b$.
- Revenir au modèle $y = Aq^x$ et donner le taux annuel.
- Prévoir l'année où le service dépassera 20 000 abonnés, en commentant la fiabilité.