

Plaquette 4 – Variations, seuils et algorithmes

Suites arithmétiques et géométriques – Terminale STI2D

Exercices

Méthode

« Au bout de combien de temps ? » — c’est la question que pose tout problème industriel. On y répond par une **boucle tant que** : on avance de rang en rang jusqu’à franchir le seuil, et le compteur donne la réponse.

Exercice 1 – Sens de variation

Donner le sens de variation de chacune de ces suites.

a) $u_n = 40 - 3n$

b) $v_n = 250 \times 1,07^n$

c) $w_n = 900 \times 0,88^n$

Exercice 2 – Croissance linéaire ou exponentielle

Une commune compte 2 000 habitants. On envisage deux scénarios : A, elle gagne 150 habitants par an ; B, elle gagne 6 % par an.

- Modéliser chaque scénario par une suite et donner son sens de variation.
- Lequel correspond à une « croissance linéaire », lequel à une « croissance exponentielle » ?
- Comparer les populations au bout de 10 ans, puis de 20 ans.

Exercice 3 – Un premier seuil arithmétique

Une production part de 450 pièces et augmente de 35 pièces par mois.

Au bout de combien de mois dépasse-t-elle 1 000 pièces ?

Exercice 4 – Un seuil géométrique croissant

Un capital de 8 000 € rapporte 5 % par an.

Au bout de combien d’années dépasse-t-il 12 000 € ?

Exercice 5 – Un seuil décroissant

Un stock de 5 000 pièces diminue de 12 % par mois.

Au bout de combien de mois passe-t-il sous 2 000 pièces ?

Exercice 6 – Dérouler un algorithme de seuil

Que renvoie ce programme ?

```
def seuil():  
    u = 200
```

```
n = 0
while u < 500:
    u = u * 1.2
    n = n + 1
return n
```

Exercice 7 - Écrire un algorithme de seuil

Écrire une fonction Python qui renvoie le nombre de mois nécessaires pour qu'un stock de 5 000 pièces, diminuant de 12 % par mois, passe sous 2 000 pièces.

Exercice 8 - Compléter un algorithme

Compléter les trois lignes pour que la fonction renvoie le rang où une production de 450 pièces, augmentant de 35 par mois, dépasse 1 000.

```
def seuil():
    u = ...      # ligne 1
    n = 0
    while ... :  # ligne 2
        u = ...  # ligne 3
        n = n + 1
    return n
```

Exercice 9 - Une boucle qui ne s'arrête pas

Expliquer pourquoi ce programme ne se termine jamais, puis corriger.

```
def seuil():
    u = 3000
    n = 0
    while u > 500:
        u = u * 1.05
        n = n + 1
    return n
```

Exercice 10 - Comparer deux seuils

Un capital de 10 000 € est placé. Au bout de combien d'années double-t-il à 3 %, puis à 6 % ?

Exercice 11 - Un seuil sur une somme

Un atelier produit 500 pièces le premier mois, puis 30 de plus chaque mois. Au bout de combien de mois la production **cumulée** dépasse-t-elle 10 000 pièces ?

Exercice 12 - Un algorithme de cumul

Écrire une fonction Python renvoyant le nombre de mois nécessaires pour que le cumul de la production précédente dépasse 10 000 pièces.

Exercice 13 – Somme des carrés en Python

On considère la fonction suivante.

```
def somme(n):
    s = 0
    for k in range(1, n + 1):
        s = s + k**2
    return s
```

- Quelle somme calcule $somme(n)$? L'écrire avec le symbole Σ .
- Que renvoie $somme(4)$? Puis $somme(10)$?
- Modifier la fonction pour qu'elle calcule la somme des n premiers cubes.

Exercice 14 – Un seuil impossible

Une installation produit 1 000 kWh la première année, puis sa production baisse de 20 % chaque année. Un technicien veut savoir au bout de combien d'années la production **cumulée** dépassera 6 000 kWh.

- Exprimer le cumul S_n des n premières années.
- Que répondre au technicien ?
- Que ferait le programme ci-dessous ?

```
def seuil():
    u = 1000
    s = 0
    n = 0
    while s <= 6000:
        s = s + u
        u = u * 0.8
        n = n + 1
    return n
```

Exercice 15 – Deux suites qui se croisent

La suite u vaut $u_n = 2\,000 + 150n$, la suite v vaut $v_n = 1\,200 \times 1,08^n$.
Déterminer le rang à partir duquel v dépasse u .

Exercice 16 – Synthèse : réduire les déchets d'un atelier

Un atelier produit 12 tonnes de déchets la première année. Il s'engage à les réduire de 8 % par an. On note u_n la masse de déchets de l'année n , avec $u_1 = 12$.

- Exprimer u_n en fonction de n et donner le sens de variation de la suite.
- À partir de quelle année l'atelier produit-il moins de 8 tonnes ?
- Écrire une fonction Python qui renvoie cette année.
- Calculer la masse totale de déchets sur les 10 premières années, arrondie au centième.