

MATHÉMATIQUES

Suites arithmétiques et géométriques

Terminale STI2D

Terme général • Moyennes arithmétique et géométrique • Sommes
Notation Σ • Modélisation • Méthodes et exemples

Repères du programme

Ce cours suit le **programme de mathématiques de Terminale de la voie technologique en vigueur pour l'année scolaire 2026-2027**, fixé par le **BO spécial n° 8 du 25 juillet 2019**. Pour le chapitre des suites numériques, le programme prévoit notamment :

- suites arithmétiques : moyenne arithmétique, terme de rang n , somme de termes, notation Σ ;
- suites géométriques **à termes positifs** : moyenne géométrique, terme de rang n , somme de termes, notation Σ ;
- reconnaissance et modélisation de situations conduisant à ces suites.

Objectif : savoir reconnaître le modèle, choisir la bonne formule et justifier les calculs.

Document pédagogique – mathlvl.fr

Table des matières

1	Rappels : suites numériques et vocabulaire	2
2	Suites arithmétiques	3
2.1	Définition et raison	3
2.2	Terme général	3
2.3	Moyenne arithmétique et trois termes consécutifs	4
2.4	Somme de termes consécutifs	4
3	Suites géométriques à termes positifs	5
3.1	Définition et raison	5
3.2	Lien avec un taux d'évolution	6
3.3	Terme général	6
3.4	Moyenne géométrique et trois termes consécutifs	6
3.5	Somme de termes consécutifs	7
4	Notation sigma Σ	7
5	Reconnaître le bon modèle	8
6	Méthodes types du programme	9
6.1	Prouver que trois nombres sont des termes consécutifs	9
6.2	Déterminer une raison à partir de deux termes	9
7	Exemples contextualisés STI2D	10
7.1	Production industrielle : évolution additive	10
7.2	Consommation énergétique : évolution en pourcentage	10
7.3	Valeur acquise avec versements réguliers	10
8	Fiche de synthèse	11
9	Exercices d'application	11
10	Corrigés des exercices	13
11	Références institutionnelles	13

À propos du programme

Un nouveau programme de mathématiques de Terminale technologique a été publié au BO du 2 avril 2026, mais son entrée en application en Terminale est prévue pour la **rentrée 2027-2028**. Le présent document est donc volontairement aligné sur le programme actuellement en vigueur en 2026-2027.

1. Rappels : suites numériques et vocabulaire

Une **suite numérique** est une liste ordonnée de nombres. On note généralement une suite (u_n) et son terme de rang n par u_n .

Deux façons courantes de définir une suite

Par récurrence : on donne un terme initial et une relation permettant de calculer le terme suivant à partir du précédent.

$$u_{n+1} = f(u_n).$$

Par une expression explicite : on donne directement u_n en fonction de n .

$$u_n = g(n).$$

Rang initial : 0 ou 1

Une suite peut commencer par u_0 ou par u_1 . Il faut toujours identifier le **premier rang utilisé**, car les formules changent légèrement.

Lire correctement un énoncé

Avant tout calcul :

1. identifier ce que représente u_n ;
2. repérer si le rang initial est 0 ou 1 ;
3. déterminer s'il s'agit d'une **augmentation additive constante** ou d'une **évolution multiplicative constante**.

2. Suites arithmétiques

2.1. Définition et raison

Définition

Une suite (u_n) est **arithmétique** lorsqu'il existe un nombre réel r tel que, pour tout rang n considéré,

$$u_{n+1} = u_n + r$$

Le nombre r s'appelle la **raison** de la suite.

Ainsi, on passe d'un terme au suivant en **ajoutant toujours le même nombre**.

Reconnaître une suite arithmétique

Une suite est arithmétique si la différence entre deux termes consécutifs est constante :

$$u_{n+1} - u_n = r.$$

Exemple

La suite 5, 8, 11, 14, ... est arithmétique de raison $r = 3$ car chaque terme s'obtient en ajoutant 3 au précédent.

2.2. Terme général

Expression du terme de rang n

Si (u_n) est arithmétique de raison r , alors pour deux rangs p et n :

$$u_n = u_p + (n - p)r.$$

En particulier :

$$u_n = u_0 + nr \quad \text{ou} \quad u_n = u_1 + (n-1)r.$$

Calculer un terme sans calculer tous les précédents

On considère une suite arithmétique telle que $u_3 = 17$ et $r = 4$. Alors

$$u_{12} = u_3 + (12-3) \times 4 = 17 + 36 = \boxed{53}.$$

2.3. Moyenne arithmétique et trois termes consécutifs

Moyenne arithmétique de deux nombres

La moyenne arithmétique de deux nombres a et c est

$$\frac{a+c}{2}.$$

Critère pour trois termes consécutifs

Trois nombres a, b, c sont trois termes consécutifs d'une suite arithmétique si et seulement si

$$b = \frac{a+c}{2}$$

ou, de manière équivalente,

$$2b = a + c.$$

Autrement dit, le terme du milieu est la **moyenne arithmétique** des deux autres.

Exemple

Les nombres 12, 17, 22 sont consécutifs dans une suite arithmétique car

$$\frac{12+22}{2} = 17.$$

En revanche, 12, 18, 22 ne le sont pas car $\frac{12+22}{2} = 17 \neq 18$.

2.4. Somme de termes consécutifs

La somme de termes d'une suite arithmétique repose sur l'idée :

nombre de termes $\times$ moyenne du premier et du dernier terme.

Somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique

Si l'on additionne les termes de u_p à u_n avec $p \leq n$, il y a $n - p + 1$ termes, donc

$$\sum_{k=p}^n u_k = (n-p+1) \frac{u_p + u_n}{2}.$$

Cas fréquents :

$$\sum_{k=0}^n u_k = (n+1) \frac{u_0 + u_n}{2}$$

et

$$\sum_{k=1}^n u_k = n \frac{u_1 + u_n}{2}.$$

Erreur fréquente : compter les termes

De u_p à u_n , il y a $n - p + 1$ **termes**. Par exemple, de u_4 à u_{10} , il y a $10 - 4 + 1 = 7$ termes.

Somme d'une suite arithmétique

Une suite arithmétique vérifie $u_1 = 7$ et $r = 3$. On veut calculer

$$S = u_1 + u_2 + \cdots + u_{20}.$$

On calcule d'abord

$$u_{20} = 7 + (20 - 1) \times 3 = 64.$$

Puis

$$S = 20 \times \frac{7 + 64}{2} = 10 \times 71 = \boxed{710}.$$

3. Suites géométriques à termes positifs

3.1. Définition et raison

Définition

Une suite (u_n) est **géométrique** lorsqu'il existe un réel q tel que

$$u_{n+1} = q u_n.$$

Le nombre q s'appelle la **raison** de la suite.

Dans le cadre du programme de Terminale technologique, on étudie les **suites géométriques à termes positifs**. Dans les situations usuelles du chapitre, la raison vérifie donc $q > 0$.

Reconnaître une suite géométrique

Lorsque les termes sont non nuls, une suite est géométrique si le quotient de deux termes consécutifs est constant :

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = q.$$

Exemple

La suite 200, 210, 220,5, ... est géométrique de raison

$$q = \frac{210}{200} = 1,05.$$

Chaque terme est obtenu en multipliant le précédent par 1,05.

3.2. Lien avec un taux d'évolution

Taux constant t et coefficient multiplicateur

Une hausse de taux t correspond au coefficient multiplicateur $1 + t$; une baisse de taux t correspond au coefficient multiplicateur $1 - t$.

Ainsi, une évolution à taux constant conduit naturellement à une suite géométrique :

$$\boxed{q = 1 + t} \quad \text{si } t \text{ est écrit en valeur décimale.}$$

Par exemple, une hausse de 3% donne $q = 1,03$; une baisse de 8% donne $q = 0,92$.

3.3. Terme général

Expression du terme de rang n

Si (u_n) est géométrique de raison q , alors pour deux rangs p et n :

$$\boxed{u_n = u_p q^{n-p}}.$$

En particulier :

$$\boxed{u_n = u_0 q^n} \quad \text{ou} \quad \boxed{u_n = u_1 q^{n-1}}.$$

Exemple

Une quantité vaut 1 500 au rang 0 et augmente de 4% à chaque étape. Alors $q = 1,04$ et

$$\boxed{u_n = 1500 \times 1,04^n}.$$

Au rang 8 :

$$u_8 = 1500 \times 1,04^8 \approx \boxed{2052,85}.$$

3.4. Moyenne géométrique et trois termes consécutifs

Moyenne géométrique de deux nombres positifs

Pour deux nombres positifs a et c , leur moyenne géométrique est

$$\boxed{\sqrt{ac}}.$$

Critère pour trois termes consécutifs positifs

Trois nombres positifs a , b , c sont trois termes consécutifs d'une suite géométrique si et seulement si

$$\boxed{b = \sqrt{ac}}$$

ou, de manière équivalente,

$$\boxed{b^2 = ac}.$$

Le terme du milieu est donc la **moyenne géométrique** des deux autres.

Exemple

Les nombres 4, 6, 9 sont trois termes consécutifs d'une suite géométrique car

$$6^2 = 36 = 4 \times 9.$$

La raison vaut $q = 6/4 = 1,5$.

3.5. Somme de termes consécutifs

Somme géométrique

Pour $q \neq 1$:

$$1 + q + q^2 + \cdots + q^{m-1} = \frac{1 - q^m}{1 - q}.$$

Ainsi, si (u_n) est géométrique de raison $q \neq 1$:

$$\sum_{k=p}^n u_k = u_p \frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q}.$$

En particulier :

$$\sum_{k=0}^n u_k = u_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

et

$$\sum_{k=1}^n u_k = u_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}.$$

Cas particulier $q = 1$

La formule avec $1 - q$ au dénominateur ne peut pas être utilisée lorsque $q = 1$. Dans ce cas, tous les termes sont égaux et la somme vaut simplement

$$\boxed{\text{nombre de termes} \times \text{valeur d'un terme}}.$$

Somme d'une suite géométrique

Une suite géométrique vérifie $u_1 = 500$ et $q = 1,02$. On veut calculer

$$S = u_1 + u_2 + \cdots + u_{12}.$$

Alors

$$S = 500 \times \frac{1 - 1,02^{12}}{1 - 1,02} \approx \boxed{6\,706,04}.$$

4. Notation sigma Σ

La lettre grecque majuscule Σ permet d'écrire de façon compacte une somme de nombreux termes.

Lire une somme en notation Σ

$$\sum_{k=p}^n u_k = u_p + u_{p+1} + u_{p+2} + \cdots + u_n.$$

Le symbole k est l'**indice de sommation**. Il prend successivement toutes les valeurs entières de p à n .

Développer une somme

$$\sum_{k=3}^7 u_k = u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7.$$

Il y a $7 - 3 + 1 = 5$ termes.

Somme arithmétique écrite avec Σ

Si $u_k = 4 + 3k$, alors

$$\sum_{k=0}^{10} (4 + 3k) = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10}.$$

Comme $u_0 = 4$ et $u_{10} = 34$, on obtient

$$\sum_{k=0}^{10} (4 + 3k) = 11 \times \frac{4 + 34}{2} = \boxed{209}.$$

Somme géométrique écrite avec Σ

$$\sum_{k=0}^8 120 \times 1,05^k = 120 (1 + 1,05 + \cdots + 1,05^8).$$

Il y a 9 termes, donc

$$\sum_{k=0}^8 120 \times 1,05^k = 120 \times \frac{1 - 1,05^9}{1 - 1,05} \approx \boxed{1\,323,19}.$$

Réflexe avec une somme Σ

Pour calculer une somme :

1. identifier le premier terme ;
2. identifier le dernier terme ;
3. compter le nombre de termes ;
4. reconnaître si la suite est arithmétique ou géométrique ;
5. appliquer la formule adaptée.

5. Reconnaître le bon modèle

	Suite arithmétique	Suite géométrique
Évolution entre deux rangs	On ajoute une même quantité r	On multiplie par un même coefficient q
Relation de récurrence	$u_{n+1} = u_n + r$	$u_{n+1} = q u_n$
Test	$u_{n+1} - u_n$ constant	u_{n+1}/u_n constant
Terme général depuis u_0	$u_n = u_0 + nr$	$u_n = u_0 q^n$
Type de contexte	augmentation ou diminution fixe	taux d'évolution constant

Traduire une phrase en suite

« augmente de 25 unités chaque année » $\Rightarrow$ suite arithmétique, $r = 25$.

« diminue de 40 unités chaque cycle » $\Rightarrow$ suite arithmétique, $r = -40$.

« augmente de 6% chaque année » $\Rightarrow$ suite géométrique, $q = 1,06$.

« perd 12% à chaque cycle » $\Rightarrow$ suite géométrique, $q = 0,88$.

Ne pas confondre

« Augmenter de 5 » et « augmenter de 5% » ne décrivent pas le même modèle :

— +5 à chaque étape $\Rightarrow$ suite arithmétique ;

— +5% à chaque étape $\Rightarrow$ suite géométrique de raison 1,05.

6. Méthodes types du programme**6.1. Prouver que trois nombres sont des termes consécutifs****Cas arithmétique**

Pour trois nombres a, b, c dans cet ordre, vérifier

$$2b = a + c.$$

Si l'égalité est vraie, ils peuvent être trois termes consécutifs d'une suite arithmétique.

Cas géométrique, nombres positifs

Pour trois nombres positifs a, b, c dans cet ordre, vérifier

$$b^2 = ac.$$

Si l'égalité est vraie, ils peuvent être trois termes consécutifs d'une suite géométrique à termes positifs.

6.2. Déterminer une raison à partir de deux termes**Suite arithmétique**

Si u_p et u_n sont connus avec $p \neq n$:

$$r = \frac{u_n - u_p}{n - p}.$$

Suite géométrique à termes positifs

Si $u_p > 0$, $u_n > 0$ et $q > 0$:

$$\frac{u_n}{u_p} = q^{n-p}.$$

On en déduit

$$q = \left(\frac{u_n}{u_p} \right)^{\frac{1}{n-p}}.$$

Trouver un taux moyen constant

Une grandeur passe de 800 à 1 000 en 5 étapes selon un modèle géométrique. Alors

$$q^5 = \frac{1000}{800} = 1,25, \quad q = 1,25^{1/5} \approx 1,0456.$$

Le taux constant correspondant est donc environ

$$\boxed{4,56\% \text{ par étape}}.$$

7. Exemples contextualisés STI2D**7.1. Production industrielle : évolution additive****Production croissante**

Une chaîne produit 1 200 pièces pendant la première semaine. La production augmente ensuite de 80 pièces chaque semaine. On note u_n la production de la semaine n , avec $u_1 = 1200$.

L'augmentation est constante : la suite est arithmétique de raison $r = 80$.

$$\boxed{u_n = 1200 + 80(n - 1)}.$$

À la semaine 10 :

$$u_{10} = 1200 + 80 \times 9 = \boxed{1920}.$$

La production totale sur les dix premières semaines vaut

$$S_{10} = 10 \times \frac{1200 + 1920}{2} = \boxed{15\,600 \text{ pièces}}.$$

7.2. Consommation énergétique : évolution en pourcentage**Réduction annuelle de consommation**

Un équipement consomme initialement 24 000 kWh par an. Une amélioration réduit cette consommation de 7% par an. On note u_n la consommation après n années.

Le coefficient multiplicateur est $q = 1 - 0,07 = 0,93$. Ainsi

$$\boxed{u_n = 24000 \times 0,93^n}.$$

Après 6 ans :

$$u_6 = 24000 \times 0,93^6 \approx \boxed{15\,527 \text{ kWh}}.$$

7.3. Valeur acquise avec versements réguliers**Placement à intérêts composés**

On verse 1 000 euros à la fin de chaque année sur un placement rémunéré à 3% par an. À une date donnée, les versements antérieurs ont été multipliés par des puissances de 1,03. Une somme de la forme

$$1000 + 1000 \times 1,03 + 1000 \times 1,03^2 + \dots$$

apparaît : il s'agit d'une **somme de termes consécutifs d'une suite géométrique**. C'est précisément l'un des types de situations signalés par le programme.

8. Fiche de synthèse

	Arithmétique	Géométrie (termes positifs)
Relation	$u_{n+1} = u_n + r$	$u_{n+1} = qu_n$
Test	$u_{n+1} - u_n = r$	$u_{n+1}/u_n = q$
Terme général depuis u_p	$u_n = u_p + (n - p)r$	$u_n = u_p q^{n-p}$
Depuis u_0	$u_n = u_0 + nr$	$u_n = u_0 q^n$
Depuis u_1	$u_n = u_1 + (n - 1)r$	$u_n = u_1 q^{n-1}$
Moyenne de a et c	$\frac{a + c}{2}$	$\sqrt{ac}$
3 termes a, b, c	$2b = a + c$	$b^2 = ac$
Somme u_p à u_n	$(n - p + 1) \frac{u_p + u_n}{2}$	$u_p \frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q}, q \neq 1$

Les 5 réflexes à l'épreuve

- Écrire ce que représente le terme u_n et son rang initial.
- Identifier : ajout constant ou coefficient multiplicateur constant.
- Écrire la raison r ou q avec son unité/interprétation.
- Choisir le terme général adapté au rang initial.
- Pour une somme, compter les termes avant d'appliquer la formule.

9. Exercices d'application

Exercice 1 – Suite arithmétique

On considère la suite arithmétique (u_n) telle que $u_1 = 15$ et $r = 4$.

- Exprimer u_n en fonction de n .
- Calculer u_{25} .
- Calculer $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_{25}$.

Exercice 2 – Suite géométrique

Une grandeur vaut 750 au rang 0 et augmente de 2,5% à chaque étape.

- Donner la raison q .
- Exprimer u_n en fonction de n .
- Calculer u_{12} à 10^{-2} près.
- Écrire $u_0 + u_1 + \cdots + u_{12}$ avec le symbole Σ .

Exercice 3 – Moyennes

Pour chacun des triplets suivants, déterminer s'il peut former trois termes consécutifs :

- d'une suite arithmétique : 8, 13, 18 ;
- d'une suite arithmétique : 4, 9, 13 ;
- d'une suite géométrique à termes positifs : 9, 12, 16 ;
- d'une suite géométrique à termes positifs : 5, 10, 25.

Exercice 4 – Modélisation STI2D

La capacité d'un composant est de 100 unités au début d'un essai. À chaque cycle, elle diminue de 4%.

1. Justifier que la situation est modélisée par une suite géométrique.
2. Donner son terme général.
3. Calculer la capacité après 20 cycles.
4. Calculer la somme des capacités observées du rang 0 au rang 20.

10. Corrigés des exercices

Corrigé 1

$$u_n = 15 + 4(n - 1) = \boxed{4n + 11}.$$

$$u_{25} = 15 + 24 \times 4 = \boxed{111}.$$

Il y a 25 termes :

$$S = 25 \times \frac{15 + 111}{2} = \boxed{1575}.$$

Corrigé 2

Une hausse de 2,5% correspond à

$$\boxed{q = 1,025}.$$

Donc

$$\boxed{u_n = 750 \times 1,025^n}.$$

Et

$$u_{12} = 750 \times 1,025^{12} \approx \boxed{1008,67}.$$

Enfin,

$$\boxed{u_0 + u_1 + \cdots + u_{12} = \sum_{k=0}^{12} u_k = \sum_{k=0}^{12} 750 \times 1,025^k}.$$

Corrigé 3

- a) $2 \times 13 = 26$ et $8 + 18 = 26$: **oui**.
- b) $2 \times 9 = 18$ et $4 + 13 = 17$: **non**.
- c) $12^2 = 144$ et $9 \times 16 = 144$: **oui**.
- d) $10^2 = 100$ et $5 \times 25 = 125$: **non**.

Corrigé 4

La baisse de 4% correspond au coefficient multiplicateur

$$q = 1 - 0,04 = \boxed{0,96}.$$

Avec $u_0 = 100$:

$$\boxed{u_n = 100 \times 0,96^n}.$$

Après 20 cycles :

$$u_{20} = 100 \times 0,96^{20} \approx \boxed{44,20}.$$

Pour la somme des valeurs du rang 0 au rang 20, il y a 21 termes :

$$\sum_{k=0}^{20} u_k = 100 \times \frac{1 - 0,96^{21}}{1 - 0,96} \approx \boxed{1439,19}.$$

11. Références institutionnelles

Référence du programme en vigueur

Ministère de l'Éducation nationale, Bulletin officiel spécial n° 8 du 25 juillet 2019, *Programme de l'enseignement de mathématiques de la classe terminale de la voie technologique*, NOR

MENE1921242A.

Le chapitre « Suites numériques » indique notamment : suites arithmétiques (moyenne arithmétique, expression du terme de rang n , somme, notation Σ) et suites géométriques à termes positifs (moyenne géométrique, expression du terme de rang n , somme, notation Σ), ainsi que les capacités de preuve, de détermination de raison, de calcul de terme général et de sommes dans des situations de modélisation.

Calendrier du nouveau programme

Le nouveau programme de Terminale technologique publié au Bulletin officiel n° 14 du 2 avril 2026 entre en application à la **rentrée scolaire 2027-2028**. Pour l'année scolaire 2026-2027, la référence ci-dessus de 2019 demeure celle indiquée par Éduscol parmi les programmes en vigueur.

Fin du cours – Suites arithmétiques et géométriques, Terminale STI2D