

Plaquette 4 - Tangentes et lectures graphiques

Dérivation, convexité et optimisation — Terminale STMG

Exercices

Méthode

Au bac STMG, l'énoncé donne souvent un **graphique** ou un **tableau** plutôt qu'une formule. Il faut savoir passer de l'un à l'autre : de f à f' , de f' à f'' , et retour.

Exercice 1 - Lire un nombre dérivé

La tangente à C_f au point d'abscisse 2 passe par les points $(0; -16)$ et $(2; 38)$.

- Déterminer $f'(2)$ et $f(2)$.
- Donner l'équation de cette tangente.

Exercice 2 - Tangentes horizontales

Soit $f(x) = -x^3 + 6x^2 + 15x - 8$.

- Calculer $f'(x)$ et la factoriser.
- Déterminer les points à tangente horizontale.

Exercice 3 - Une tangente quelconque

Toujours avec $f(x) = -x^3 + 6x^2 + 15x - 8$, déterminer la tangente au point d'abscisse 0, puis comparer courbe et tangente en $x = 1$.

Exercice 4 - Du tableau de f' au tableau de f

On donne le signe de f' : positif sur $]-\infty; -1[$, négatif sur $]-1; 4[$, positif ensuite. On sait que $f(-1) = 7$ et $f(4) = -12$.

- Dresser le tableau de variations de f .
- Combien de solutions a $f(x) = 0$?

Exercice 5 - Lire la courbe de f'

La courbe de f' est une parabole tournée vers le bas, qui coupe l'axe des abscisses en -1 et 5 , avec un sommet en $x = 2$.

- Que peut-on dire des variations de f ?
- Et de sa convexité ?

Exercice 6 - Tangente parallèle à une droite

Soit $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$. En quels points la tangente est-elle parallèle à la droite $y = 9x + 1$?

Exercice 7 - Du graphique aux signes

Une courbe passe par un maximum en $x = -2$, un point d'inflexion en $x = 1$ et un minimum en $x = 4$.

Donner le signe de f et de f' sur chaque intervalle.

Exercice 8 - Approximation par la tangente

Soit $f(x) = x^3$ et sa tangente au point d'abscisse 2.

- Donner l'équation de la tangente.
- Estimer $2,05^3$.
- Comparer à la valeur exacte.

Exercice 9 - Reconstituer une fonction

On sait que $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ a un maximum en $x = -1$, un minimum en $x = 3$ et que $f(0) = 5$.

Déterminer a , b et c .

Exercice 10 - Nombre de solutions

Soit f de tableau : croissante jusqu'à $f(-1) = 10$, décroissante jusqu'à $f(3) = -22$, puis croissante.

Combien l'équation $f(x) = k$ a-t-elle de solutions selon k ?

Exercice 11 - Deux tangentes à comparer

Soit $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$.

- Donner la tangente au point d'abscisse 0.
- Donner la tangente au point d'inflexion.

Exercice 12 - Repérer une erreur

Un élève lit la courbe de f et écrit : « f a un maximum en $x = 2$, donc f a un maximum en $x = 2$ ». Corriger.

Exercice 13 - Une lecture économique

Le chiffre d'affaires cumulé d'une start-up croît, avec un point d'inflexion au mois 18.

- Que se passe-t-il avant le mois 18 ?
- Après ?
- Le chiffre d'affaires baisse-t-il ?

Exercice 14 - Une tangente qui recoupe

Soit $f(x) = x^3 - 3x$.

- Donner la tangente au point d'abscisse 1.
- Chercher les autres points d'intersection de cette tangente avec la courbe.

Exercice 15 – Trois courbes à identifier

On dispose de trois courbes : l'une coupe l'axe des abscisses en -1 et 3 en formant une parabole tournée vers le haut ; une autre est une droite de pente positive ; la troisième a un maximum en -1 et un minimum en 3 .

Identifier f , f' et f'' .

Exercice 16 – Synthèse : lecture complète

Soit $f(x) = -x^3 + 6x^2 + 15x - 8$.

- a) Dresser le tableau de variations.
- b) Déterminer le point d'inflexion.
- c) Donner la tangente en ce point et interpréter.