

Plaquette 1 – Fonctions $x \mapsto q^x$: calculs, variations, modèles

Fonction exponentielle — Terminale STMG

Exercices

Méthode

On travaille les fonctions exponentielles de base q , c'est-à-dire $x \mapsto q^x$ avec $q > 0$: règles de calcul sur les puissances, sens de variation selon la position de q par rapport à 1, et surtout **modélisation** d'une évolution en pourcentage sur une durée non entière. Les seuils se lisent par balayage ou par tableau.

Exercice 1 – Calculs de puissances

Calculer, en donnant la valeur exacte :

- a) $2^5 \times 2^{-2}$
- b) $\frac{3^7}{3^4}$
- c) $(1,5^2)^3$
- d) $9^{\frac{1}{2}}$

Exercice 2 – Sens de variation

Pour chaque fonction, préciser le sens de variation sur $\mathbb{R}$ en justifiant.

- a) $f(x) = 1,4^x$
- b) $g(x) = 0,75^x$
- c) $h(x) = 5 \times 1,02^x$

Exercice 3 – Calculer des images

Soit $f(x) = 1\,200 \times 1,03^x$. Calculer $f(0)$, $f(5)$ et $f(-2)$, arrondis au centime.

Exercice 4 – Modéliser une croissance

Le nombre d'utilisateurs d'une application est de 50 000 et croît de 6 % par mois.

- a) Exprimer le nombre d'utilisateurs $U(x)$ après x mois.
- b) Calculer $U(8)$ (arrondi à l'unité).
- c) Calculer $U(0,5)$ et interpréter.

Exercice 5 – Modéliser une décroissance

La valeur d'un matériel de 9 000 € diminue de 22 % par an.

- a) Exprimer sa valeur $V(x)$ après x années.
- b) Calculer $V(3)$ (arrondi à l'euro).
- c) La valeur peut-elle devenir nulle ?

Exercice 6 – Taux équivalent

Un placement rapporte 9 % par an.

- Quel est le coefficient multiplicateur mensuel équivalent (arrondi à 10^{-5}) ?
- En déduire le taux mensuel équivalent, arrondi à 0,01 %.

Exercice 7 – Résoudre par balayage

On considère $U(x) = 50\,000 \times 1,06^x$ (utilisateurs après x mois).

Déterminer, à l'aide du tableau ci-dessous, au bout de combien de mois le nombre d'utilisateurs dépasse 100 000.

x	10	11	12	13
$U(x)$	?	?	?	?

Exercice 8 – Comparer deux exponentielles

Deux placements de 10 000 € sont proposés : A à 4 % par an, B à 3,5 % par an mais avec une prime immédiate de 300 €.

- Exprimer les deux capitaux $A(x)$ et $B(x)$ après x années.
- Comparer au bout de 5 ans et au bout de 20 ans (arrondis à l'euro).

Exercice 9 – Demi-vie d'une décroissance

Un stock de pièces détachées diminue de 12 % par an.

- Après combien d'années le stock est-il réduit de moitié ? (Utiliser un tableau.)
- Ce résultat dépend-il du stock initial ?

Exercice 10 – Problème : inflation et pouvoir d'achat

L'inflation est de 2,5 % par an. Un salaire de 2 200 € reste inchangé pendant 6 ans.

- Quel est le coefficient de perte de pouvoir d'achat au bout de 6 ans ?
- À combien correspond, en euros d'aujourd'hui, le salaire de 2 200 € dans 6 ans (arrondi au centime) ?

Exercice 11 – Synthèse : trois questions enchaînées

Une entreprise émet 18 000 tonnes de CO_2 et s'engage à réduire ses émissions de 8 % par an.

- Exprimer les émissions $E(x)$ après x années.
- Calculer $E(5)$ (arrondi à la tonne).
- L'objectif est de descendre sous 9 000 tonnes. Est-il atteint en 8 ans ?