

Plaquette 3 - Variations, comparaisons et balayage

Fonction exponentielle — Terminale STMG

Exercices

Méthode

Une exponentielle est **toujours** monotone : croissante si $q > 1$, décroissante sinon. C'est cette monotonie qui permet de résoudre par **balayage** et d'encadrer une solution au rang près.

Exercice 1 - Sens de variation

Donner le sens de variation de chaque fonction.

- a) $f(x) = 1,12^x$
- b) $g(x) = 0,88^x$
- c) $h(x) = 3 \times 0,97^x$
- d) $k(x) = 0,5 \times 2^x$

Exercice 2 - Comparer sans calculer

Comparer.

- a) $1,09^7$ et $1,09^9$
- b) $0,92^5$ et $0,92^8$
- c) $1,2^6$ et $1,3^6$
- d) $0,7^4$ et $0,6^4$

Exercice 3 - Résoudre par balayage

Résoudre $1,06^x = 2$.

- a) Encadrer la solution par deux entiers.
- b) Affiner au dixième.

Exercice 4 - Balayage sur une décroissance

Résoudre $0,9^x = 0,5$.

- a) Encadrer par deux entiers.
- b) Interpréter en termes de demi-vie.

Exercice 5 - Deux modèles qui se croisent

Entreprise A : $500 \times 1,08^x$. Entreprise B : $800 \times 1,03^x$.

- a) Comparer en $x = 0$ et $x = 8$.
- b) Déterminer le rang à partir duquel A dépasse B.

Exercice 6 - Exponentielle contre linéaire

Modèle A : $100 \times 1,05^x$. Modèle B : $100 + 15x$.

- Comparer en $x = 10, 20$ et 30 .
- À partir de quand A dépasse-t-il B ?

Exercice 7 - Lire un tableau de valeurs

x	0	2	4	6	8
$f(x)$	200	242	292,82	354,31	428,74

- Montrer que f est de la forme $200 \times q^x$.
- Déterminer q et le taux par période.

Exercice 8 - Croissance à long terme

Soit $f(x) = 1,02^x$.

- Calculer $f(50)$, $f(100)$ et $f(200)$.
- Commenter.

Exercice 9 - Décroissance vers zéro

Soit $g(x) = 0,8^x$.

- Calculer $g(10)$, $g(20)$ et $g(30)$.
- La fonction s'annule-t-elle ?

Exercice 10 - Un seuil à franchir

Un capital de 2500 € est placé à 9 % par an. Au bout de combien d'années dépasse-t-il 4500 € ?

Exercice 11 - Affiner au dixième

Résoudre $1,25^x = 2$ au dixième près.

Exercice 12 - Repérer une erreur

Un élève écrit : « $0,95^x$ est décroissante, donc elle finit par devenir négative ». Corriger.

Exercice 13 - Deux placements à comparer

Placement A : 3000 € à 4 %. Placement B : 2500 € à 7 %.

- Comparer au bout de 5 ans.
- À partir de quelle année B dépasse-t-il A ?

Exercice 14 – Reconnaître un modèle

Une série vaut 1500 ; 1725 ; 1983,75 ; 2281,31.

- a) Le modèle est-il arithmétique ou exponentiel ?
- b) Donner l'expression et le taux.

Exercice 15 – Encadrer une solution

Une population de 40 000 habitants baisse de 1,5 % par an. Au bout de combien d'années passe-t-elle sous 30 000 ?

Exercice 16 – Synthèse : deux régions

Région A : 120 000 habitants, +1,8 % par an. Région B : 180 000 habitants, −0,6 % par an.

- a) Écrire les deux modèles.
- b) Comparer au bout de 20 ans.
- c) Quand A dépasse-t-elle B ?