

Plaquette 5 - Échelles logarithmiques et problèmes

Fonction logarithme décimal — Terminale STMG

Exercices

Méthode

Quand une grandeur varie sur plusieurs puissances de 10 (intensité d'un son, amplitude d'un séisme, acidité, nombre de transistors), on la mesure par son logarithme : décibels, magnitude, pH. On passe d'une échelle à l'autre, on interprète un écart, et l'on repère une évolution exponentielle sur un graphique à échelle logarithmique.

Exercice 1 - Le niveau sonore d'une conversation

Le niveau sonore d'un son d'intensité I (en W/m^2) est $L = 10 \log \left(\frac{I}{10^{-12}} \right)$ décibels.

Calculer le niveau sonore pour $I = 10^{-6} \text{ W/m}^2$ (une conversation), pour $I = 10^{-5} \text{ W/m}^2$ (une rue animée) et pour $I = 10 \text{ W/m}^2$ (un avion au décollage).

Exercice 2 - Dix violons au lieu d'un

Un violon produit un son de 70 dB. Quel est le niveau sonore de dix violons identiques jouant ensemble ? De cent violons ? On admet que les intensités s'ajoutent.

Exercice 3 - Le seuil de douleur

Le niveau sonore est $L = 10 \log \left(\frac{I}{10^{-12}} \right)$. Quelle intensité correspond au seuil de douleur, 120 dB ? Et au seuil de danger, 85 dB ?

Exercice 4 - Un casque anti-bruit

Un casque anti-bruit réduit le niveau sonore de 25 dB. Par combien divise-t-il l'intensité du son reçu ?

Exercice 5 - Deux séismes

La magnitude d'un séisme est $M = \log \left(\frac{A}{A_0} \right)$, où A est l'amplitude des ondes mesurée et A_0 une amplitude de référence.

- Combien de fois l'amplitude d'un séisme de magnitude 6 est-elle plus grande que celle d'un séisme de magnitude 4 ?
- Un séisme a une amplitude 50 fois plus grande qu'un séisme de magnitude 3. Quelle est sa magnitude ?

Exercice 6 - L'énergie d'un séisme

L'énergie E (en joules) libérée par un séisme de magnitude M vérifie $\log(E) = 4,8 + 1,5M$.

- a) Calculer l'énergie libérée par un séisme de magnitude 5.
- b) Par combien l'énergie est-elle multipliée quand la magnitude augmente de 1 ? de 2 ?

Exercice 7 - Un séisme majeur

On reprend la relation $\log(E) = 4,8 + 1,5M$. Le séisme de 2011 au Japon a atteint la magnitude 9,1. Combien de fois plus d'énergie a-t-il libéré qu'un séisme de magnitude 7 ?

Exercice 8 - Diluer une solution acide

Le pH d'une solution est $\text{pH} = -\log(c)$, où c est la concentration en ions oxonium (en mol/L). Une solution a une concentration $c = 0,01$ mol/L.

- a) Calculer son pH.
- b) On la dilue 10 fois (la concentration est divisée par 10). Quel est le nouveau pH ?
- c) Et si on la dilue seulement 2 fois ?

Exercice 9 - Lire une échelle logarithmique

Sur un axe logarithmique, les graduations 1, 10, 100, 1000 et 10 000 sont espacées de 2 cm : le nombre x est placé à $2 \log(x)$ cm du point marqué 1.

- a) Quels nombres sont placés à 5,2 cm et à 7 cm du point 1 ?
- b) Quel nombre est placé exactement au milieu des graduations 100 et 1000 ? Est-ce 550 ?

Exercice 10 - Des points alignés

Le nombre de clients d'une entreprise a évolué ainsi ($n = \text{rang de l'année}$) :

n	0	1	2	3	4
clients u_n	1200	1380	1587	1825	2099

- a) Calculer $\log(u_n)$ pour chaque année (à 10^{-4} près). Que constate-t-on ?
- b) En déduire que la suite est (à l'arrondi près) géométrique et donner sa raison.

Exercice 11 - Un ajustement après changement de variable

On étudie le nombre N d'utilisateurs d'un service ($x = \text{années depuis 2010}$). Avec le changement de variable $y = \log(N)$, un tableur donne l'ajustement affine $y = 0,04x + 3$.

- a) Exprimer N en fonction de x sous la forme $N = k \times a^x$.
- b) Quel est le taux annuel d'évolution correspondant ?
- c) Estimer le nombre d'utilisateurs en 2025.

Exercice 12 – La loi de Moore

En 1971, un microprocesseur contenait 2300 transistors. Selon la « loi de Moore », ce nombre double tous les 2 ans : après t années, il vaut $2300 \times 2^{\frac{t}{2}}$. En quelle année ce modèle prévoit-il 10^{10} transistors ?

Exercice 13 – Superposer des filtres

Chaque filtre laisse passer 80 % de la lumière qu'il reçoit. Combien de filtres faut-il superposer pour laisser passer moins de 1 % de la lumière ?

Exercice 14 – Un téraoctet

En informatique, un téraoctet compte 2^{40} octets.

- a) Calculer $\log(2^{40})$ et en déduire un ordre de grandeur de 2^{40} .
- b) Combien de chiffres faut-il pour écrire 2^{40} ?

Exercice 15 – Synthèse : un son qui s'éloigne

Un haut-parleur produit, à 1 m, un niveau sonore de 90 dB. À la distance d (en m), l'intensité est divisée par d^2 .

- a) Montrer que le niveau sonore à la distance d est $L(d) = 90 - 20 \log(d)$.
- b) Calculer $L(10)$ et $L(5)$.
- c) À quelle distance le niveau sonore descend-il à 60 dB ?