

## Plaquette 2 – Propriétés algébriques

### Fonction logarithme décimal – Terminale STMG

#### Exercices

#### Méthode

Le logarithme transforme les **produits en sommes**, les **quotients en différences** et les **puissances en multiplications**. On s'en sert pour calculer sans calculatrice à partir de quelques valeurs connues, pour simplifier des expressions et pour compter les chiffres de très grands nombres.

#### Exercice 1 – Le logarithme d'un produit

On donne  $\log(2) \approx 0,3010$  et  $\log(3) \approx 0,4771$ . Sans calculatrice, donner une valeur approchée de  $\log(6)$ , puis vérifier.

#### Exercice 2 – Le logarithme d'une puissance

Avec  $\log(2) \approx 0,3010$ , calculer une valeur approchée de  $\log(8)$ , puis de  $\log(1024)$ , sachant que  $1024 = 2^{10}$ .

#### Exercice 3 – Le logarithme d'un quotient

Avec  $\log(2) \approx 0,3010$  et  $\log(5) \approx 0,6990$ , calculer  $\log(2,5)$  et  $\log(0,2)$ .

#### Exercice 4 – Le nombre de chiffres d'un très grand nombre

Combien de chiffres faut-il pour écrire  $2^{100}$  ? Et  $3^{30}$  ?

#### Exercice 5 – Logarithme et évolutions successives

Un capital augmente de 5 % par an pendant 20 ans. Montrer que  $\log(1,05^{20}) = 20 \log(1,05)$ , puis calculer cette valeur et en déduire le coefficient global.

#### Exercice 6 – Simplifier des expressions

Simplifier sans calculatrice :

- a)  $\log(4) + \log(25)$  ;
- b)  $\log(500) - \log(5)$  ;
- c)  $\log(10^7) - 3 \log(10)$ .

#### Exercice 7 – Le logarithme d'un inverse

Montrer que  $\log\left(\frac{1}{b}\right) = -\log(b)$  pour tout  $b > 0$ , puis calculer  $\log\left(\frac{1}{5}\right)$  avec  $\log(5) \approx 0,6990$ .

**Exercice 8 - Décomposer un nombre**

Avec  $\log(3) \approx 0,4771$  et  $\log(5) \approx 0,6990$ , calculer  $\log(45)$  en écrivant  $45 = 3^2 \times 5$ .

**Exercice 9 - Une notation scientifique**

Calculer  $\log(4 \times 10^{-3})$  avec  $\log(4) \approx 0,6021$ , puis encadrer  $4 \times 10^{-3}$  entre deux puissances de 10.

**Exercice 10 - Vrai ou faux**

Dire si chaque égalité est vraie pour tous les réels  $a > 0$  et  $b > 0$ , en justifiant.

- a)  $\log(a + b) = \log(a) + \log(b)$
- b)  $\log(a^3) = 3 \log(a)$
- c)  $\log(100a) = 2 + \log(a)$
- d)  $\log(a) \times \log(b) = \log(ab)$

**Exercice 11 - Doubler l'intensité d'un son**

Le niveau sonore, en décibels, est  $L = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$ , où  $I$  est l'intensité du son et  $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ . Calculer  $L$  pour  $I = 10^{-6} \text{ W/m}^2$ , puis pour une intensité double. De combien de décibels le niveau augmente-t-il ?

**Exercice 12 - Un ordre de grandeur**

La dette publique d'un pays est d'environ  $1,2 \times 10^{15}$  unités monétaires. Calculer son logarithme et en déduire le nombre de chiffres de ce nombre.

**Exercice 13 - Repérer une erreur**

Un élève écrit : «  $\log(20) = \log(2) \times \log(10) = 0,301$  » et «  $\log(2^5) = \log(2)^5$  ». Corriger.

**Exercice 14 - Exprimer avec  $\log 2$** 

Exprimer en fonction de  $\log(2)$  :  $\log(16)$ ,  $\log(0,5)$ ,  $\log(5)$  et  $\log(40)$ .

**Exercice 15 - Synthèse : dix ans de placement**

Un capital est placé à 3 % par an pendant 10 ans.

- a) Montrer que  $\log(1,03^{10}) = 10 \log(1,03)$  et calculer cette valeur à  $10^{-4}$  près.
- b) En déduire le coefficient multiplicateur sur dix ans.
- c) Un capital de 5000 € devient-il supérieur à 6500 € ? Justifier.