

Plaquette 3 - Résoudre $a^x = b$ et $a^n < b$

Fonction logarithme décimal — Terminale STMG

Exercices

Méthode

Le logarithme permet de trouver un **exposant inconnu** : on « prend le logarithme » des deux membres, la propriété $\log(a^x) = x \log(a)$ fait descendre l'inconnue, et l'on divise par $\log(a)$. Pour une inéquation, on n'oublie pas que $\log(a) < 0$ lorsque $0 < a < 1$: le sens change.

Exercice 1 - Une première équation

Résoudre l'équation $2^x = 50$. Donner la valeur exacte de la solution, puis une valeur approchée au millième, et vérifier.

Exercice 2 - Le temps de doublement

Un capital est placé à 5 % par an. Au bout de combien de temps (réel) double-t-il ? Résoudre $1,05^x = 2$.

Exercice 3 - Une base inférieure à 1

Résoudre $0,8^x = 0,3$ et interpréter pour une valeur qui baisse de 20 % par an.

Exercice 4 - Une inéquation avec un entier

Un prix augmente de 3 % par an. À partir de combien d'années entières aura-t-il augmenté de plus de 50 % ? Résoudre $1,03^n > 1,5$.

Exercice 5 - Le sens qui change

Une machine perd 10 % de sa valeur chaque année. Au bout de combien d'années entières vaut-elle moins de la moitié de sa valeur initiale ? Résoudre $0,9^n < 0,5$.

Exercice 6 - Une équation $x^a = b$

Résoudre, pour $x > 0$: $x^3 = 1,331$, puis $x^4 = 1,5$. Quel lien avec le taux moyen ?

Exercice 7 - Isoler la puissance d'abord

Résoudre $5 \times 1,2^x = 20$.

Exercice 8 - Des solutions exactes

Résoudre sans calculatrice : $10^{2x} = 1000$, puis $10^{x+1} = 0,01$.

Exercice 9 - Une solution négative

Résoudre $3^x = 0,1$. Pourquoi la solution est-elle négative ?

Exercice 10 - Une inéquation à solution réelle

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $1,07^x \geq 3$.

Exercice 11 - Un stock qui s'écoule

Un stock de 2000 pièces diminue de 15 % par mois. Au bout de combien de mois entiers passe-t-il sous 500 pièces ?

Exercice 12 - Repérer une erreur de sens

Pour résoudre $0,9^n < 0,6$, un élève écrit : « $n \log(0,9) < \log(0,6)$, donc $n < \frac{\log(0,6)}{\log(0,9)} \approx 4,85$, donc $n \leq 4$ ». Corriger.

Exercice 13 - Un taux mensuel

Résoudre $x^{12} = 1,12$ pour $x > 0$, puis interpréter.

Exercice 14 - Atteindre un montant

Un capital de 1500 € est placé à 4 % par an. Au bout de combien d'années entières dépasse-t-il 2400 € ?

Exercice 15 - Synthèse : doubler ou tripler

Une entreprise voit son chiffre d'affaires augmenter de 6 % par an.

- En combien d'années (réelles) double-t-il ? triple-t-il ?
- Combien d'années entières faut-il pour qu'il ait au moins doublé ? au moins triplé ?
- Le temps pour tripler est-il le double du temps pour doubler ? Expliquer.