

Plaquette 4 – Seuils, durées et temps de doublement

Fonction logarithme décimal – Terminale STMG

Exercices

Méthode

Des questions de gestion qui commencent par « au bout de combien de temps... ? » : population, capital, stock, valeur d'un bien, médicament. On écrit le modèle $k \times a^n$, on traduit la question par une équation ou une inéquation, puis le logarithme donne la durée cherchée.

Exercice 1 – Une population qui grandit

Une ville de 40 000 habitants gagne 1,2 % d'habitants par an. Au bout de combien d'années entières sa population aura-t-elle augmenté d'au moins 25 % ?

Exercice 2 – Des abonnés à conquérir

Une application compte 3000 abonnés et en gagne 8 % par mois. Au bout de combien de temps (en mois, valeur réelle) atteindra-t-elle 10 000 abonnés ?

Exercice 3 – Une voiture qui perd de la valeur

Une voiture de 18 000 € perd 12 % de sa valeur chaque année. Au bout de combien d'années entières vaudra-t-elle moins de 6000 € ?

Exercice 4 – Le seuil d'une suite géométrique

La suite (u_n) est géométrique de premier terme $u_0 = 500$ et de raison 1,15. Déterminer le plus petit entier n tel que $u_n > 5000$.

Exercice 5 – Doubler un capital

En combien d'années un capital placé à 3 % par an double-t-il ? Donner la valeur réelle, puis le nombre d'années entières nécessaire.

Exercice 6 – La règle de 72

Les banquiers utilisent la « règle de 72 » : un capital placé à t % par an double en environ $\frac{72}{t}$ ans. Comparer cette règle au calcul exact pour $t = 7$.

Exercice 7 – Doubler en huit ans

Quel taux annuel constant faut-il pour doubler un capital en 8 ans ? Arrondir à 0,01 %.

Exercice 8 – L'élimination d'un médicament

La quantité d'un médicament dans le sang diminue de 25 % par heure. Au bout de combien d'heures entières reste-t-il moins de 10 % de la dose initiale ?

Exercice 9 – Moins de 1 % d'un déchet

Un déchet radioactif a une demi-vie de 10 ans. Au bout de combien d'années restera-t-il moins de 1 % de la quantité initiale ?

Exercice 10 – Deux placements qui se croisent

Le placement A, de 2000 €, rapporte 5 % par an ; le placement B, de 3000 €, rapporte 2 % par an. À partir de combien d'années entières A vaut-il plus que B ?

Exercice 11 – Le pouvoir d'achat divisé par deux

Avec une inflation constante de 2 % par an, au bout de combien d'années les prix auront-ils doublé (valeur réelle) ? Que devient alors le pouvoir d'achat d'une somme fixe ?

Exercice 12 – Une dette qui augmente

Une dette non remboursée augmente de 5 % par an. Au bout de combien d'années entières aura-t-elle augmenté de plus de moitié ?

Exercice 13 – Dater un objet

Le carbone 14 a une demi-vie de 5730 ans : la proportion restante après x années est $0,5^{\frac{x}{5730}}$. Un objet contient encore 60 % de son carbone 14 initial. Estimer son âge.

Exercice 14 – Un objectif d'épargne

Une épargne rapporte 2,5 % par an. Au bout de combien d'années entières aura-t-elle augmenté d'au moins 25 % ?

Exercice 15 – Synthèse : prix et ventes

Le prix d'un article augmente de 4 % par an, et le nombre d'articles vendus baisse de 5 % par an.

- Au bout de combien d'années (valeur réelle) le prix aura-t-il doublé ?
- Au bout de combien d'années les ventes auront-elles diminué de moitié ?
- Le chiffre d'affaires est le produit du prix par le nombre d'articles vendus. Augmente-t-il ou diminue-t-il ? En combien d'années est-il divisé par 2 ?