

Plaquette 5 – Modéliser des évolutions

Fonctions exponentielles — Terminale STMG

Exercices

Méthode

Des situations réelles : identifier la valeur initiale k et le coefficient a d'un modèle $f(x) = k \times a^x$, l'utiliser pour des durées non entières ou négatives (le passé), comparer deux modèles, et exercer son esprit critique sur la validité du modèle.

Exercice 1 – Une population en croissance

Une ville compte 68 000 habitants et sa population augmente de 0,6 % par an.

- Écrire le modèle $P(x)$ donnant la population après x années.
- Estimer la population dans 6 mois, puis dans 4 ans et demi.

Exercice 2 – Une demi-vie

Un médicament a une demi-vie de 8 heures : sa quantité dans le sang est divisée par 2 toutes les 8 heures. On injecte 100 mg.

- Justifier que la quantité après t heures est $Q(t) = 100 \times 0,5^{\frac{t}{8}}$.
- Calculer la quantité restante après 12 heures.
- Quel est le coefficient multiplicateur horaire ?

Exercice 3 – La décote d'un smartphone

Un smartphone acheté 900 € perd 25 % de sa valeur chaque année.

- Estimer sa valeur de revente au bout de 18 mois.
- Combien vaut-il au bout de 3 ans ? Quel pourcentage de sa valeur a-t-il perdu ?

Exercice 4 – Du taux annuel au taux mensuel

Une application compte 5000 abonnés et en gagne 12 % par an.

- Quel est le coefficient multiplicateur mensuel équivalent ?
- Estimer le nombre d'abonnés dans un mois, puis dans deux ans et demi.

Exercice 5 – Le coût d'une matière première

Le prix d'une matière première, 3 € le kilogramme aujourd'hui, augmente de 15 % par an.

- Compléter le tableau des prix pour $x = 0$ à 4 ans, arrondis au millième.
- En combien de temps le prix augmente-t-il de 7,24 % ? Justifier.

Exercice 6 – Un loyer indexé chaque trimestre

Un loyer de 1200 € augmente de 2 % par an : $L(x) = 1200 \times 1,02^x$. Le bail prévoit une révision au bout de 3 ans et 3 mois. Quel sera le loyer à cette date ?

Exercice 7 - Deux villes qui se croisent

La ville A compte 30 000 habitants et perd 2 % de sa population par an ; la ville B compte 18 000 habitants et en gagne 3 % par an.

- Écrire les modèles $A(x)$ et $B(x)$ et donner leurs sens de variation.
- À l'aide d'un tableau de valeurs, déterminer à partir de quelle année B devient plus peuplée que A.

Exercice 8 - Le pouvoir d'un billet

Avec une inflation de 2 % par an pendant 10 ans, que peut-on acheter, dans 10 ans, avec un billet de 100 € (en euros d'aujourd'hui) ?

Exercice 9 - Retrouver une valeur passée

Un capital placé à 5 % par an vaut aujourd'hui 2000 €. Combien valait-il il y a 3 ans ?

Exercice 10 - Dans le passé et dans le futur

Un abonnement coûte aujourd'hui 240 € par an et augmente de 7 % par an. Calculer son prix il y a deux ans, puis dans un an et demi.

Exercice 11 - Taux semestriel et taux mensuel

Un livret rapporte 3 % par an. Calculer les coefficients semestriel et mensuel équivalents, arrondis à 10^{-5} et 10^{-6} .

Exercice 12 - Une croissance qui ne peut pas durer

Le nombre de téléchargements d'un jeu, 50 000 le premier mois, augmente de 40 % par mois. Un investisseur prolonge ce modèle sur 3 ans. Calculer la prévision et la commenter.

Exercice 13 - Repérer une erreur de période

Un capital de 10 000 € est placé à 6 % par an. Pour calculer sa valeur au bout de 18 mois, un élève écrit $10\,000 \times 1,06^{18}$. Corriger.

Exercice 14 - Datation par le carbone 14

Le carbone 14 a une demi-vie de 5730 ans. Quel pourcentage du carbone 14 initial reste-t-il dans un objet vieux de 2000 ans ?

Exercice 15 - Synthèse : un plan d'épargne

Une somme de 4500 € est placée à 3,5 % par an : $S(x) = 4500 \times 1,035^x$.

- Justifier que S est croissante et donner $S(0)$.
- Calculer $S(5)$, $S(7,5)$ et $S(-1)$, et interpréter $S(-1)$.
- Calculer le taux semestriel équivalent.
- Par combien le capital est-il multiplié en 12 ans ?