

Plaquette 2 - Propriétés algébriques

Fonctions exponentielles — Terminale STMG

Exercices

Méthode

Les règles de calcul des puissances entières restent vraies pour les exposants réels. On s'en sert pour **simplifier** des écritures, **regrouper** des évolutions successives et **transformer** une base ($4^x = 2^{2x}$), en gardant en tête le sens économique : multiplier des coefficients, c'est enchaîner des évolutions.

Exercice 1 - Produit de deux puissances

Écrire sous la forme d'une seule puissance, puis calculer :

- a) $1,05^2 \times 1,05^3$ (arrondi à 10^{-4}) ;
- b) $2^{0,5} \times 2^{1,5}$.

Exercice 2 - Quotient de deux puissances

Simplifier :

- a) $\frac{3^5}{3^2}$;
- b) $\frac{1,2^{x+1}}{1,2^x}$ pour tout réel x . Interpréter b) pour un chiffre d'affaires $C(x) = C_0 \times 1,2^x$.

Exercice 3 - Puissance d'une puissance

Simplifier, puis calculer quand c'est possible :

- a) $(2^3)^2$;
- b) $(1,1^x)^2$;
- c) $(0,9^2)^{0,5}$.

Exercice 4 - Changer de base

Écrire sous la forme 2^{kx} , avec k réel :

- a) 4^x ;
- b) $0,25^x$;
- c) 8^x .

En déduire le sens de variation de $x \mapsto 0,25^x$.

Exercice 5 - Regrouper des évolutions

Un placement rapporte 3 % par an. On le garde 2 ans, puis encore 2,5 ans.

- a) Écrire le coefficient multiplicateur global comme une seule puissance de 1,03.

b) Le calculer, arrondi à 10^{-4} , et en déduire le taux d'évolution global.

Exercice 6 - Simplifier une expression littérale

Montrer que, pour tout réel x : $2^{x+1} - 2^x = 2^x$. En déduire la valeur de $2^{3,5} - 2^{2,5}$, arrondie au centième.

Exercice 7 - Deux calculs égaux

Sans calculatrice, justifier que $1,04^{10} = (1,04^5)^2$, puis interpréter cette égalité pour un capital placé à 4 % par an.

Exercice 8 - Résoudre en reconnaissant une puissance

Résoudre, en écrivant le second membre comme une puissance de la même base :

- a) $2^x = 8$;
- b) $0,5^x = 4$;
- c) $10^x = 0,001$.

Exercice 9 - Vrai ou faux

Dire si chaque égalité est vraie pour tous les réels x et y , en justifiant.

- a) $3^x \times 3^y = 3^{xy}$
- b) $5^{-x} = \frac{1}{5^x}$
- c) $2^x + 2^x = 2^{x+1}$
- d) $2^x \times 3^x = 6^x$

Exercice 10 - Un taux semestriel

Un capital augmente de 21 % en un an. On cherche le coefficient multiplicateur semestriel c , constant, qui donne la même évolution en deux semestres.

- a) Justifier que $c^2 = 1,21$, puis que $c = 1,21^{0,5}$.
- b) Calculer c et le taux semestriel.

Exercice 11 - Multiplier des bases

Un prix augmente de 20 % par an, et sa quantité vendue baisse de 10 % par an. Le chiffre d'affaires, produit du prix et de la quantité, est donc multiplié par $1,2^x \times 0,9^x$ en x années.

- a) Écrire ce coefficient sous la forme a^x .
- b) Le chiffre d'affaires augmente-t-il ou diminue-t-il ? De combien en 3 ans ?

Exercice 12 - Remonter dans le temps

Un indice de prix est multiplié par 1,05 chaque année. Simplifier $1,05^{-3} \times 1,05^5$ et interpréter : on part de l'indice d'aujourd'hui, on remonte trois ans en arrière, puis on

avance de cinq ans.

Exercice 13 - Repérer une erreur

Un élève écrit : « $2^3 \times 2^4 = 4^7$ » et « $(1,5^x)^2 = 1,5^{x+2}$ ». Corriger ces deux égalités.

Exercice 14 - Un temps de doublement

Une population augmente de 7,2 % par an. On constate à la calculatrice que $1,072^{10} \approx 2,0042$.

- a) Interpréter ce résultat.
- b) Sans refaire de calcul de puissance, estimer le coefficient sur 20 ans.

Exercice 15 - Synthèse : un loyer indexé

Un loyer annuel de 12 000 € est indexé de 2,5 % par an : $L(x) = 12\,000 \times 1,025^x$, où x est le nombre d'années depuis aujourd'hui (négatif pour le passé).

- a) Calculer le loyer dans 4 ans et il y a 2 ans.
- b) Montrer que $L(x + 1) = 1,025 \times L(x)$.
- c) Écrire $\frac{L(4)}{L(-2)}$ comme une puissance de 1,025 et la calculer.