

Plaquette 1 - De la suite géométrique à la fonction $x \mapsto a^x$

Fonctions exponentielles — Terminale STMG

Exercices

Méthode

Passer des puissances entières a^n , termes d'une suite géométrique, aux puissances a^x pour tout réel x : calculer a^x à la calculatrice pour un exposant décimal, négatif ou égal à $\frac{1}{2}$, dresser un tableau de valeurs et reconnaître l'allure de la courbe.

Exercice 1 - Des puissances entières

Un prix augmente de 5 % par an. On note $u_n = 1,05^n$ le coefficient multiplicateur après n années.

- Calculer u_0 , u_1 , u_2 , u_3 et u_4 , arrondis à 10^{-4} .
- Quelle est la nature de la suite (u_n) ?

Exercice 2 - Un placement de deux ans et demi

Un capital de 1000 € est placé à 5 % par an, à intérêts composés. On admet que sa valeur après x années est $C(x) = 1000 \times 1,05^x$, y compris pour x non entier.

- Calculer la valeur du capital après 2,5 ans, puis après 6 mois.
- Vérifier que $C(2,5)$ est compris entre $C(2)$ et $C(3)$.

Exercice 3 - L'exposant un demi

Calculer, puis comparer à une racine connue :

- $4^{0,5}$ et $9^{0,5}$;
- $2^{0,5}$;
- Expliquer pourquoi $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$ en calculant $\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^2$.

Exercice 4 - Des exposants négatifs

Calculer, sans calculatrice puis en vérifiant :

- 2^{-1} et 2^{-3} ;
- $1,25^{-1}$;
- $0,8^{-2}$.

Interpréter $1,25^{-1}$ en termes d'évolution.

Exercice 5 - Tableau de valeurs d'une fonction croissante

Soit $f(x) = 1,2^x$.

- Compléter le tableau de valeurs pour x allant de -2 à 3 , arrondi au millièème.
- Décrire le sens de variation de f et la position de sa courbe par rapport à l'axe des abscisses.

Exercice 6 - Tableau de valeurs d'une fonction décroissante

Soit $g(x) = 0,5^x$.

- a) Calculer $g(-2)$, $g(-1)$, $g(0)$, $g(1)$, $g(2)$ et $g(3)$.
- b) Quel est le sens de variation de g ? Comparer avec $f(x) = 2^x$.

Exercice 7 - Un capital après un an et demi

Un capital de 1500 € est placé à 3 % par an, à intérêts composés.

- a) Exprimer sa valeur $C(x)$ après x années.
- b) Calculer sa valeur après 1 an et 6 mois, puis après 4 ans et 6 mois.

Exercice 8 - Une valeur qui baisse

Un matériel perd 10 % de sa valeur chaque année. On note $V(x) = 0,9^x$ la part de sa valeur initiale qu'il conserve après x années.

- a) Calculer $V(3)$ et $V(3,5)$ et les interpréter.
- b) Justifier que V est décroissante.

Exercice 9 - Le point commun à toutes les courbes

Montrer que toutes les courbes des fonctions $x \mapsto a^x$ ($a > 0$) passent par un même point. Que vaut a^1 ? Interpréter pour le modèle $V(x) = V_0 \times 1,1^x$.

Exercice 10 - Une voiture qui se déprécie

Une voiture achetée 5000 € perd 15 % de sa valeur chaque année. Estimer sa valeur au bout de 2 ans et 6 mois.

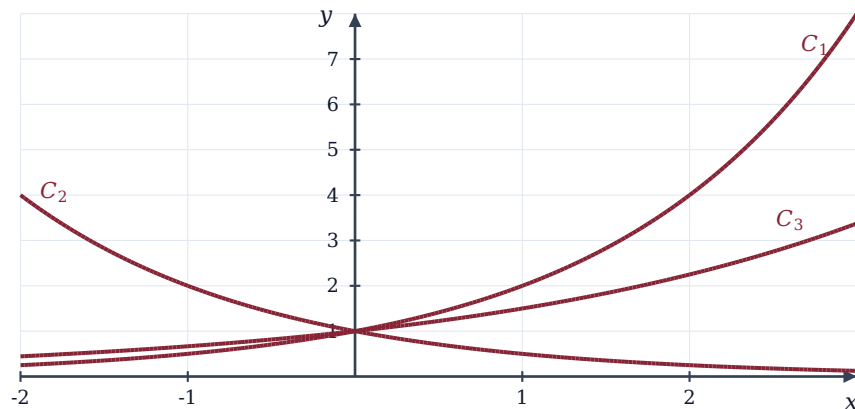
Exercice 11 - Comparer deux fonctions

Soit $f(x) = 1,3^x$ et $g(x) = 0,7^x$.

- a) Calculer $f(2)$, $g(2)$, $f(-2)$ et $g(-2)$, arrondis au centième.
- b) Pour quelles valeurs de x semble-t-on avoir $f(x) > g(x)$?

Exercice 12 - Associer courbes et fonctions

On considère $f(x) = 2^x$, $g(x) = 0,5^x$ et $h(x) = 1,5^x$. Associer chaque fonction à sa courbe, en justifiant.



Trois courbes de fonctions $x \mapsto a^x$.

Exercice 13 - Calculs avec la base 3

Donner la valeur exacte de 3^2 , 3^0 , 3^{-1} et 3^{-2} , puis une valeur approchée de $3^{0,5}$. Ranger ces nombres dans l'ordre croissant.

Exercice 14 - Une culture de bactéries

Une culture compte 200 bactéries ; leur nombre est multiplié par 1,5 chaque heure. On admet que le nombre de bactéries après t heures est $N(t) = 200 \times 1,5^t$.

- Calculer $N(0,5)$ et $N(1,5)$ et interpréter.
- Combien y a-t-il de bactéries après 3 heures ?

Exercice 15 - Synthèse : un capital placé

Un capital de 8000 € est placé à 4 % par an, à intérêts composés : $C(t) = 8000 \times 1,04^t$, où t est en années.

- Calculer $C(0)$, $C(0,5)$, $C(1)$, $C(2,25)$ et $C(3)$, arrondis au centime.
- Quel est le sens de variation de C ? Justifier.
- Combien rapportent les trois premiers mois du placement ?