

Plaquette 4 - Loi binomiale : calculer des probabilités

Loi binomiale — Terminale STMG

Exercices

Méthode

Reconnaître une loi binomiale $B(n; p)$ et en donner les paramètres, puis calculer $P(X = k)$ avec les coefficients binomiaux : d'abord les cas $X = 0$, $X = 1$, $X = n - 1$ et $X = n$, puis les événements qui s'en déduisent (« au moins un », « au plus un ») en passant si besoin par l'événement contraire.

Exercice 1 - Un contrôle de qualité

Une machine produit 10 % de pièces défectueuses. On prélève 5 pièces, le prélèvement étant assimilé à des tirages avec remise. On note X le nombre de pièces défectueuses.

- Justifier que X suit une loi binomiale et préciser ses paramètres.
- Calculer $P(X = 0)$, $P(X = 1)$ et $P(X \geq 1)$.

Exercice 2 - Répondre au hasard à un QCM

Un QCM comporte 10 questions à 4 réponses, dont une seule est juste. Un élève répond au hasard ; X est le nombre de bonnes réponses.

- Donner la loi de X .
- Calculer $P(X = 0)$, $P(X = 10)$ et $P(X = 3)$, avec $\binom{10}{3} = 120$.

Exercice 3 - Des lancers francs

Un basketteur réussit un lancer franc avec la probabilité 0,6, indépendamment d'un lancer à l'autre. Il tire 7 lancers francs ; X est le nombre de paniers.

- Calculer $P(X = 7)$ et $P(X = 6)$.
- En déduire la probabilité qu'il réussisse au moins 6 lancers.

Exercice 4 - Au plus une erreur

Une imprimante fait une erreur d'impression sur 5 % des pages, indépendamment d'une page à l'autre. On imprime 8 pages ; X est le nombre de pages avec une erreur. Calculer $P(X \leq 1)$ puis $P(X \geq 2)$.

Exercice 5 - Autant de pile que de face

On lance 6 fois une pièce équilibrée ; X est le nombre de « pile ». Calculer $P(X = 3)$ à l'aide du triangle de Pascal.

Exercice 6 - Des clients satisfaits

10 % des clients d'un service sont mécontents. On interroge 10 clients au hasard (tirages assimilés à des tirages avec remise). Calculer la probabilité qu'aucun ne soit mécontent, qu'un seul le soit, puis qu'au moins deux le soient.

Exercice 7 - Des appels commerciaux

Un vendeur appelle 6 clients ; chacun achète avec la probabilité 0,15, indépendamment des autres. Quelle est la probabilité qu'il ne vende rien ? qu'il vende au moins une fois ?

Exercice 8 - Une loi complète

X suit la loi $B(4 ; 0,2)$. Donner sa loi complète, à l'aide de la ligne 4 du triangle de Pascal (1, 4, 6, 4, 1), et vérifier que la somme vaut 1.

Exercice 9 - Utiliser un coefficient binomial

X suit la loi $B(5 ; 0,4)$. Calculer $P(X = 2)$, sachant que $\binom{5}{2} = 10$.

Exercice 10 - Repérer une erreur

Pour X de loi $B(5 ; 0,4)$, un élève écrit « $P(X = 2) = 0,4^2 \times 0,6^3 \approx 0,0346$ ». Que lui manque-t-il ?

Exercice 11 - Au moins deux succès

X suit la loi $B(5 ; 0,4)$. Calculer $P(X \geq 2)$.

Exercice 12 - Un diagramme en bâtons

X suit la loi $B(4 ; 0,5)$. Calculer sa loi, décrire l'allure du diagramme en bâtons et donner la valeur la plus probable.

Exercice 13 - Vingt pièces contrôlées

3 % des colis d'un entrepôt sont mal étiquetés. On contrôle 20 colis (tirages assimilés à des tirages avec remise). Quelle est la probabilité de trouver au moins un colis mal étiqueté ?

Exercice 14 - Choisir la bonne méthode

X suit la loi $B(10 ; 0,1)$. Pour chaque événement, indiquer la méthode la plus rapide, puis calculer : a) $X = 10$; b) $X \geq 1$; c) $X \leq 9$.

Exercice 15 - Synthèse : un vaccin

Un vaccin protège 90 % des personnes vaccinées. Dans une famille de 5 personnes vaccinées, on note X le nombre de personnes **non protégées** (on admet l'indépendance).

- a) Donner la loi de X .
- b) Calculer la probabilité que toute la famille soit protégée.
- c) Calculer la probabilité qu'au moins deux personnes ne soient pas protégées.