

Plaquette 2 - Schéma de Bernoulli et arbres

Loi binomiale — Terminale STMG

Exercices

Méthode

Reconnaître une **épreuve de Bernoulli** (deux issues : succès ou échec), puis un **schéma de Bernoulli** : la même épreuve répétée n fois de façon indépendante. Pour $n \leq 4$, on représente le schéma par un arbre, on compte les chemins qui comportent k succès et l'on en déduit $P(X = k)$, où X est le nombre de succès.

Exercice 1 - Reconnaître une épreuve de Bernoulli

Dire si chaque expérience est une épreuve de Bernoulli et, si oui, préciser le succès et son paramètre.

- On lance un dé équilibré et l'on regarde si l'on obtient 6.
- On lance un dé équilibré et l'on note le résultat.
- Un client entre dans une boutique ; il achète avec la probabilité 0,3.

Exercice 2 - Deux répétitions

On répète deux fois, de façon indépendante, une épreuve de Bernoulli de paramètre 0,3. On note X le nombre de succès. Construire l'arbre et donner la loi de X .

Exercice 3 - Trois répétitions

On répète trois fois une épreuve de Bernoulli de paramètre 0,3. On note X le nombre de succès.

- Construire l'arbre.
- Combien de chemins comportent exactement un succès ? deux succès ?
- Donner la loi de X .

Exercice 4 - Trois lancers d'une pièce

On lance trois fois une pièce équilibrée ; X est le nombre de « pile ». Montrer que $P(X = 2) = \frac{3}{8}$ en utilisant le schéma de Bernoulli.

Exercice 5 - Lister les chemins

On répète quatre fois une épreuve de Bernoulli. Lister tous les chemins qui comportent exactement deux succès. Combien y en a-t-il ?

Exercice 6 - Deux succès sur quatre

On répète quatre fois une épreuve de Bernoulli de paramètre 0,2. On note X le nombre de succès. Calculer $P(X = 2)$, sachant qu'il y a 6 chemins à deux succès.

Exercice 7 - Aucun succès, que des succès

Avec quatre épreuves de paramètre 0,2, calculer $P(X = 0)$, $P(X = 4)$ et $P(X \geq 1)$.

Exercice 8 - Avec ou sans remise

Une urne contient 3 boules rouges et 7 blanches. On tire trois boules et l'on compte les rouges. S'agit-il d'un schéma de Bernoulli si l'on remet chaque boule ? si on ne la remet pas ?

Exercice 9 - Un QCM au hasard

Un QCM comporte 4 questions, chacune avec 3 réponses dont une seule est juste. Un élève répond au hasard. On note X le nombre de bonnes réponses.

- Justifier qu'il s'agit d'un schéma de Bernoulli et donner ses paramètres.
- Calculer la probabilité qu'il ait tout juste, puis tout faux.

Exercice 10 - Des tirs au but

Un joueur réussit un tir au but avec la probabilité 0,8, indépendamment d'un tir à l'autre. Il tire trois fois. Calculer la probabilité qu'il marque trois buts, puis exactement deux buts.

Exercice 11 - Repérer une erreur

Pour trois épreuves de paramètre 0,3, un élève écrit : « $P(X = 1) = 0,3 \times 0,7 \times 0,7 = 0,147$ ». Corriger.

Exercice 12 - Identifier les paramètres

Dans chaque situation, préciser s'il s'agit d'un schéma de Bernoulli et, si oui, donner n et p .

- On lance 5 fois un dé équilibré et l'on compte les 6.
- On interroge 4 clients choisis au hasard dans une très grande clientèle, dont 40 % sont abonnés ; on compte les abonnés.
- On tire 2 cartes sans remise dans un jeu de 32 et l'on compte les as.

Exercice 13 - Au moins deux achats

Trois clients entrent dans une boutique ; chacun achète avec la probabilité 0,4, indépendamment des autres. Calculer la probabilité qu'au moins deux clients achètent.

Exercice 14 - Quatre lancers de pièce

On lance quatre fois une pièce équilibrée. Le nombre de chemins à 0, 1, 2, 3 et 4 « pile » est 1, 4, 6, 4 et 1. Donner la loi du nombre X de « pile ». Obtenir exactement deux « pile » sur quatre a-t-il une chance sur deux ?

Exercice 15 - Synthèse : des contrôles de sécurité

À l'entrée d'un stade, chaque spectateur est fouillé avec la probabilité 0,25, indépendamment des autres. Un groupe de 4 amis se présente ; X est le nombre d'amis fouillés.

- a) Donner les paramètres du schéma de Bernoulli.
- b) Calculer $P(X = 0)$ et $P(X = 1)$, sachant qu'il y a 4 chemins à un succès.
- c) En déduire la probabilité qu'au moins deux amis soient fouillés.