

Plaquette 1 - Variable aléatoire et espérance

Loi binomiale — Terminale STMG

Exercices

Méthode

Décrire une situation aléatoire par une variable X (un gain, un nombre de clients, un coût), donner sa **loi de probabilité** dans un tableau, puis calculer son **espérance** : la valeur moyenne de X sur un grand nombre de répétitions. On s'en sert pour dire si un jeu est équitable ou si une offre est rentable.

Exercice 1 - Une roue de loterie

Une roue équilibrée a 8 secteurs : 1 fait gagner 20 €, 2 font gagner 5 €, les 5 autres ne font rien gagner. Une partie coûte 4 €. On note G le gain net du joueur.

- Donner la loi de probabilité de G .
- Calculer $E(G)$ et l'interpréter.

Exercice 2 - Compléter une loi

Une variable aléatoire X a pour loi :

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	0,1	0,3	a	0,2

Calculer a , puis $E(X)$.

Exercice 3 - Un jeu équitable

On lance un dé équilibré. On gagne 10 € si l'on obtient 6, 1 € si l'on obtient 4 ou 5, rien sinon. Quelle mise rend le jeu équitable ?

Exercice 4 - Le résultat d'un dé

On lance un dé équilibré et on note X le résultat. Calculer $E(X)$. Peut-on obtenir $E(X)$ en un lancer ? Que représente ce nombre ?

Exercice 5 - Un ticket à gratter

Un ticket à gratter coûte 2 €. Il fait gagner 10 € avec la probabilité 0,05, 50 € avec la probabilité 0,01, et rien sinon. Calculer l'espérance du gain net d'un joueur.

Exercice 6 - Le nombre de clients

Le nombre X de clients qui entrent dans une agence en un quart d'heure suit la loi :

x_i	0	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	0,1	0,25	0,35	0,2	0,1

Calculer $E(X)$ et estimer le nombre de clients sur une journée de 8 heures.

Exercice 7 - Le coût d'un contrat d'assurance

Pour un contrat, un assureur rembourse dans l'année un petit sinistre de 500 € avec la probabilité 0,1, un gros sinistre de 5000 € avec la probabilité 0,01, et rien sinon. La prime annuelle est de 150 €. Quel bénéfice moyen l'assureur réalise-t-il par contrat ?

Exercice 8 - Une loi lue sur un arbre

Une urne contient 3 boules rouges et 2 bleues. On tire deux boules sans remise et l'on note X le nombre de boules rouges obtenues. On sait que $P(R_1 \cap R_2) = 0,3$, $P(R_1 \cap \overline{R}_2) = 0,3$, $P(\overline{R}_1 \cap R_2) = 0,3$ et $P(\overline{R}_1 \cap \overline{R}_2) = 0,1$. Donner la loi de X et son espérance.

Exercice 9 - Comparer deux jeux

Deux jeux coûtent 2 € chacun. Le jeu A fait gagner 10 € avec la probabilité 0,2 ; le jeu B fait gagner 50 € avec la probabilité 0,03. Lequel est le plus intéressant pour le joueur, en moyenne ?

Exercice 10 - Retrouver une probabilité

Une variable aléatoire X prend les valeurs 0, 10 et 50, avec $P(X = 10) = 0,2$ et $P(X = 50) = p$. On sait que $E(X) = 3$. Calculer p , puis $P(X = 0)$.

Exercice 11 - La recette d'un glacier

La recette d'un glacier dépend de la météo : 600 € par beau temps (probabilité 0,5), 300 € par temps nuageux (0,3) et 50 € par temps de pluie (0,2). Calculer la recette moyenne d'une journée.

Exercice 12 - Repérer une erreur

Pour le glacier de l'exercice précédent, un élève calcule la recette moyenne ainsi : $\frac{600 + 300 + 50}{3} \approx 316,67$ €. Expliquer son erreur.

Exercice 13 - Trois lancers de pièce

On lance trois fois une pièce équilibrée et l'on note X le nombre de « pile ». Donner la loi de X (en listant les 8 issues) et son espérance.

Exercice 14 - Jouer cent fois

On reprend la roue de loterie dont le gain net a pour espérance $E(G) = -0,25$ €. Un joueur fait 100 parties. Que peut-on prévoir ? Est-il certain de perdre ?

Exercice 15 – Synthèse : un stand de fête foraine

Une urne contient 10 boules : 1 dorée (gain 20 €), 3 argentées (gain 5 €) et 6 blanches (aucun gain). Le joueur tire une boule ; la partie coûte 3 €.

- a) Calculer l'espérance du gain net. Le jeu est-il favorable au joueur ?
- b) Quelle mise rendrait le jeu équitable ?
- c) L'organisateur veut gagner en moyenne 0,50 € par partie. Quelle mise doit-il fixer ?